

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL

**Projeto de ponte em concreto armado com duas
longarinas**

Daniel de Lima Araújo

Apostila da disciplina *Pontes* do curso de
Engenharia Civil da Universidade Federal de
Goiás.

Goiânia
Março de 1999

APRESENTAÇÃO

Este texto foi elaborado para servir como material didático aos alunos da disciplina de pontes, ministrada no 5^o ano do curso de engenharia civil. Ele tem por objetivo detalhar, de forma didática, o projeto estrutural de uma ponte em concreto armado com duas longarinas.

Foi escolhido para análise um dos projetos de ponte realizados pelo autor quando de sua atuação como projetista em escritórios de cálculo em Goiânia. O projeto escolhido foi o da ponte sobre o rio Pau Seco, localizado na TO-373 no trecho entre Alvorada (TO) e Araguaçu (TO), o qual foi encomendado pela Secretaria de Estado da Infraestrutura do estado do Tocantins e foi desenvolvido pela GEOSERV - Serviços de Geotecnia e Construção Ltda - sob a responsabilidade do autor. Esta ponte possui um comprimento total de 64 m, distribuído em um vão central de 20 m, dois vãos adjacentes de 18 m e dois balanços de 4 m. A estrutura é simétrica, com duas vigas principais, e o tabuleiro tem uma largura total de 9 m. Os aparelhos de apoio são constituídos por rótulas de concreto e a fundação é constituída por tubulões encamisados executados com auxílio de ar comprimido.

No primeiro capítulo são abordados os elementos necessários para a elaboração de um projeto de ponte. No segundo capítulo são realizados o dimensionamento e o detalhamento da superestrutura, e no terceiro capítulo são realizados o dimensionamento e o detalhamento da mesoestrutura (pilares e aparelhos de apoio).

Espera-se com este texto contribuir na formação dos alunos do curso de engenharia civil da UFG, na medida em que eles adquiram conhecimentos suficientes para o projeto de uma das mais simples pontes em concreto armado e também da mais corriqueira em nossa região.

Goiânia, março de 1999

Daniel de Lima Araújo

1. ELEMENTOS PARA ELEBORAÇÃO DO PROJETO

1.1 Introdução

O projeto de uma ponte inicia-se, naturalmente, pelo conhecimento de sua finalidade, da qual decorrem os elementos geométricos definidores do estrado, como, por exemplo, a seção transversal e o carregamento a partir do qual será realizado o dimensionamento da estrutura. Além dessas informações, a execução do projeto de uma ponte exige, ainda, levantamentos topográficos, hidrológicos e geotécnicos. Outras informações acessórias, tais como processo construtivo, capacidade técnica das empresas responsáveis pela execução e aspectos econômicos podem influir na escolha do tipo de obra, contudo não serão abordados neste texto.

O objetivo deste capítulo é apresentar alguns dos elementos indispensáveis para a elaboração de um projeto de ponte e que devem estar disponíveis antes do início do projeto definitivo da estrutura.

1.2 Elementos geométricos

Os elementos geométricos aos quais o projeto de uma ponte deve atender derivam das características da via e de seu próprio estrado. Os elementos geométricos das vias dependem de condições técnicas especificadas pelos órgãos públicos responsáveis pela construção e manutenção dessas vias. No caso das rodovias federais, o Departamento Nacional de Estradas de Rodagem (DNER) estabelece as condições técnicas para o projeto geométrico das estradas e das pontes enquanto que no estado as rodovias estão sob a responsabilidade do Departamento de Estradas de Rodagem de Goiás (DERGO). Segundo o DNER, as estradas federais são divididas em:

- classe I
- classe II
- classe III

As velocidades diretrizes, utilizadas para a determinação das características do projeto de uma estrada, são definidas em função da classe da rodovia e do relevo da região (Tabela 1.1)

Tabela 1.1 - Velocidades diretrizes (Km/h) em rodovias federais.

Região	Classe I	Classe II	Classe III
plana	100	80	70
ondulada	80	70	60
montanhosa	60	50	40

O desenvolvimento planimétrico e altimétrico de uma ponte é, na maior parte dos casos, definido pelo projeto da estrada. Isso é verdade principalmente quando os cursos de água a serem transpostos são pequenos. No caso de grandes rios, o projeto da estrada deve ser elaborado já levando em consideração a melhor localização da ponte. Dessa forma, deve-se procurar cruzar o eixo dos cursos de águas segundo um ângulo reto com o eixo da rodovia. Além disso, deve-se procurar cruzar na seção mais estreita do rio de forma a minimizar o comprimento da ponte.

Para as rodovias federais, os raios mínimos de curvatura horizontal são fixados com a finalidade de limitar a força centrífuga que atuará no veículo viajando com a velocidade diretriz (Tabela 1.2).

Tabela 1.2 - Raios mínimos de curvatura horizontal (m) em rodovias federais.

Região	Classe I	Classe II	Classe III
plana	345	200	110
ondulada	210	110	50
montanhosa	115	50	30

As rampas máximas admissíveis, até a altitude de 1000 metros acima do nível do mar, são mostradas na Tabela 1.3. Esses valores poderão ser acrescidos de 1% para extensões até 900 metros em regiões planas, 300 metros em regiões onduladas e 150 metros em regiões montanhosas, e deverão ser reduzidas de 0,5% para altitudes superiores a 1000 metros.

No caso corrente de estradas com pista de duas faixas de tráfego, as normas do DNER adotam as seguintes larguras de pista:

- classe I : 7,20 m
- classes II e III: 6,00 m a 7,20 m

Nas estradas com duas pistas independentes com duas faixas de tráfego cada uma, a largura da pista utilizada é de 7,00 m. Os acostamentos têm largura mínima variável conforme a classe da estrada e a região atravessada. Nas estradas de classe I,

em geral adotam-se acostamentos de 2,50 m de largura, resultando a largura total do terrapleno igual a $2,50 + 7,00 + 2,50 = 12$ m.

Tabela 1.3 - Rampas máximas (%) em rodovias federais.

Região	Classe I	Classe II	Classe III
plana	3	3	3
ondulada	4,5	5	5
montanhosa	6	7	7

1.2.1 Elementos geométricos das pontes

1.2.1.1 Largura das pontes rodoviárias

As pontes rodoviárias podem ser divididas quanto à localização em urbanas e rurais. As pontes urbanas possuem pistas de rolamento com largura igual a da via e passeios com largura igual a das calçadas. As pontes rurais são constituídas com finalidade de escoar o tráfego nas rodovias e possuem pistas de rolamento e acostamentos.

Durante muitos anos, as pontes rodoviárias federais de classe I foram construídas com pista de 8,20 m e guarda-rodas laterais de 0,90 m de largura, perfazendo a largura total de 10 m (Figura 1.1.a). Havia, portanto, um estrangulamento da plataforma da estrada que provocava uma obstrução psicológica nos motoristas que causava acidentes. Nos últimos anos, o DNER passou a adotar para a largura das pontes rurais a largura total da estrada (pista + acostamento) e guarda-rodas mais eficientes (Figura 1.1.b).

Em regiões com pouco tráfego, alguns órgãos públicos ainda recomendam a redução da largura da ponte. Dessa forma, o Departamento de Estradas de Rodagem do Tocantins ainda adota a largura de 9,00 m para as pontes, conforme mostrado na Figura 1.2.

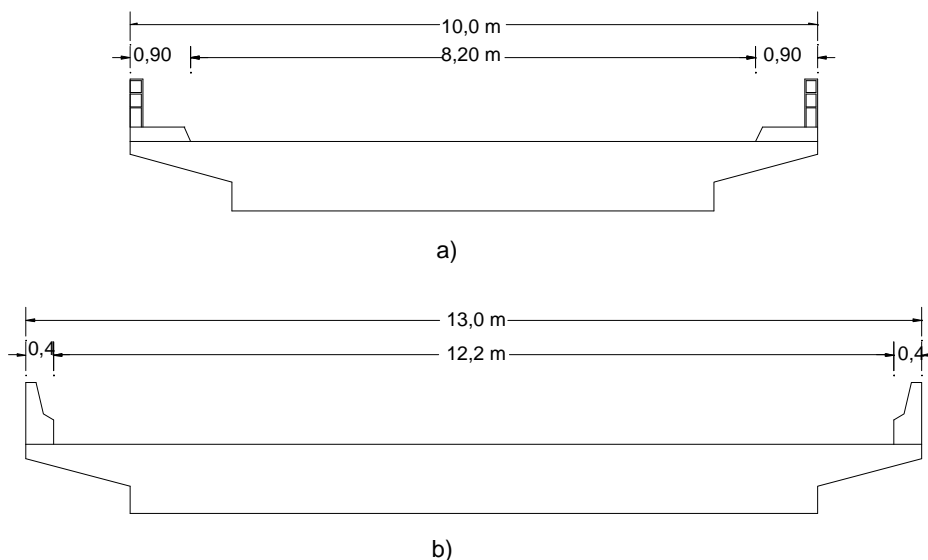


Figura 1.1 - Exemplos de seções transversais de pontes rodoviárias federais.

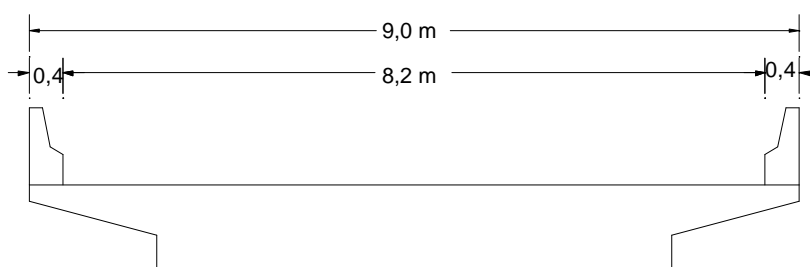


Figura 1.2 - Exemplo de seção transversal de ponte rodoviária empregada no estado do Tocantins.

1.2.1.2 Gabarito das pontes

Denomina-se gabarito o conjunto de espaços livres que deve apresentar o projeto de uma ponte de modo a permitir o escoamento do fluxo. A largura das pontes indicadas nas figuras 1 e 2 é um exemplo de gabarito das pistas de pontes de modo a permitir o fluxo de veículos sobre elas.

As pontes localizadas sobre rodovias devem respeitar espaços livres necessários para o tráfego de caminhões sob elas (Figura 1.3). As pontes construídas sobre vias navegáveis também devem atender aos gabaritos de navegação dessas vias. Por exemplo, em vias navegáveis a chatas e rebocadores, é comum prever-se a altura livre de 3,5 m a 5,0 m acima do nível máximo a que pode atingir o curso d'água. A largura deve atender a, pelo menos, duas vezes a largura máxima das embarcações mais um metro.

Nas pontes construídas sobre rios não navegáveis, adota-se, normalmente, uma altura livre acima do nível máximo d'água de acordo com as recomendações do órgão oficial responsável pela obra. No estado do Tocantins, por exemplo, a altura livre recomendada é de 1,5 m.

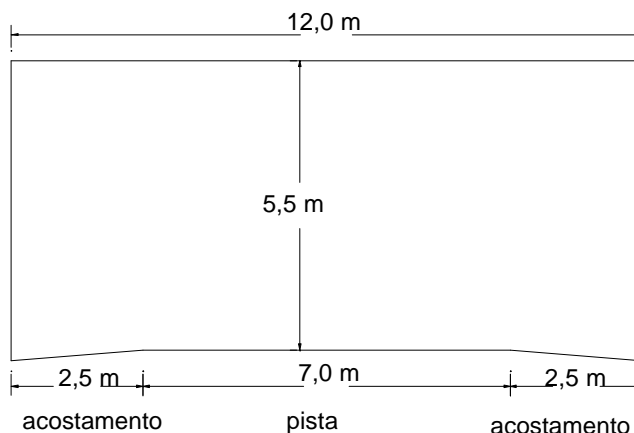


Figura 1.3 - Gabarito para pontes sobre rodovias federais.

1.3 Elementos topográficos

O levantamento topográfico, necessário ao estudo de implantação de uma ponte, deve constar dos seguintes elementos:

- Planta, em escala de 1:1000 ou 1:2000; perfil em escala horizontal de 1:1000 ou 1:2000 e escala vertical de 1:100 ou 1:200 do trecho da rodovia em que ocorrerá a implantação da obra em uma extensão tal que ultrapasse seus extremos prováveis de, pelo menos, 1000 metros para cada lado.
- Planta do terreno no qual será implantada a ponte, em uma extensão tal que exceda de 50 metros, em cada extremidade, seu comprimento provável e largura de 30 m, desenhada na escala de 1:100 ou 1:200, com curvas de nível de metro em metro, contendo a posição do eixo locado e a indicação de sua esconsidade.
- Perfil ao longo do eixo locado na escala de 1:100 ou 1:200 e numa extensão tal que exceda de 50 metros, em cada extremidade, o comprimento provável da obra.
- Quando se tratar de transposição de curso d'água, seção do rio segundo o eixo locado, na escala 1:100 ou 1:200, com as cotas de fundo do rio em pontos distanciados cerca de 5 metros.

1.4 Elementos hidrológicos

Os elementos hidrológicos recomendados para um projeto conveniente de uma ponte são os seguintes:

- Cotas de máxima cheia e estiagem observadas com indicação das épocas, frequência e período dessas ocorrências.
- Dimensões e medidas físicas suficientes para a solução dos problemas de vazão do curso d'água sob a ponte e erosão do leito, quais sejam:
 - a) área em km² da bacia hidrográfica a montante da obra até a cabeceira;
 - a) extensão do talvegue em km, desde o eixo da obra até a cabeceira;
 - a) altura média anual das chuvas, em milímetros;
 - a) declividade média do espelho d'água em um trecho próximo da obra, de extensão suficiente para caracterizá-la, bem como indicações concernentes à permeabilidade do solo, existência na bacia hidrográfica de vegetações e retenções evaporativas, aspecto das margens, rugosidade e depressões do leito no local da obra.
- Notícias acerca de mobilidade do leito do curso d'água e, acaso existente, com indicação da tendência ou do ciclo e amplitude da divagação; alvéos secundários, periódicos ou abandonados, zonas de aluviões, bem como de avulsões e erosões, cíclicos ou constantes; notícias sobre a descarga sólida do curso d'água e sua natureza, no local da obra, e sobre material flutuante eventualmente transportado.
- Se a região for de baixada ou influenciada por marés, a indicação dos níveis máximo e mínimo das águas, velocidades máximas de fluxo e de refluxo, na superfície, na seção em estudo.
- Informações sobre obras de arte existentes na bacia, com indicações de comprimento, vazão, tipo de fundação, etc.
- Notícia sobre serviços de regularização, dragagem, retificações ou proteção das margens.

De posse dessas informações, procede-se ao cálculo da cota de máxima cheia que definirá a altura livre e a cota da face superior do tabuleiro da ponte. Nesse momento, o projetista pode se defrontar com duas situações. Numa primeira situação ela já possui a cota da face superior do tabuleiro definida pelo projetista da estrada. Normalmente essa cota situa-se, aproximadamente, a 40 cm acima da cota de terraplanagem, contudo deve ser verificada para cada projeto com o projetista da estrada. Neste caso, após a definição da cota de máxima cheia calculada e após

adicionado o valor da altura livre, o projetista da ponte obtém a altura disponível para a construção. Num procedimento inverso, ele pode definir a altura de construção (definida em função do sistema estrutural da superestrutura) e em seguida verificar se a altura livre disponível é superior ao valor mínimo requerido pelo gabarito da ponte. Numa segunda situação, o projetista da ponte calcula a cota de máxima cheia e, após adicionada as alturas livre e de construção, obtém a cota superior do tabuleiro, a qual é, então, repassada para o projetista da estrada. Essa situação é, sem dúvida, a mais cômoda para o projetista da ponte.

A cota de máxima cheia calculada pode ser obtida por diversos métodos da engenharia hidráulica. Quando a ponte for construída sobre rios com grandes vazões, deve-se tomar o cuidado de evitar o refluxo a montante da ponte devido ao estrangulamento da seção de escoamento pela construção do aterro da estrada (Figura 1.4). Em alguns casos, esse refluxo pode atingir grandes distâncias e diminuir a altura livre sob a ponte.

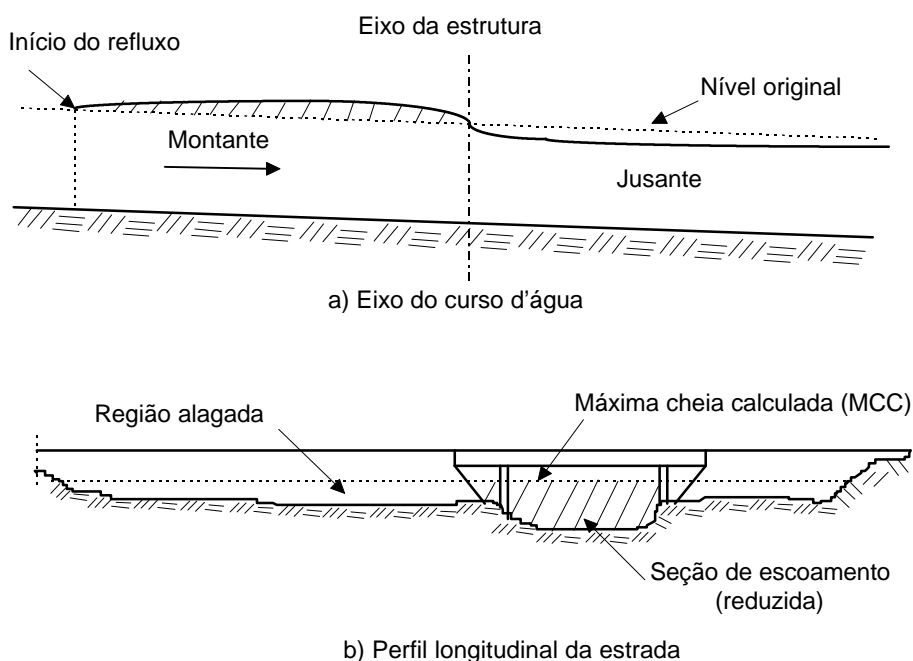


Figura 1.4 - Refluxo a montante da ponte devido ao estrangulamento da seção de escoamento do rio.

No caso de pequenos rios, ou seja, aqueles que possuem pequenas vazões, é possível calcular a cota de máxima cheia pela conhecida fórmula de Manning empregada em canais abertos. Para tanto, é admitido a existência de um canal regular com seção transversal igual à seção de escoamento sob a ponte e, por um processo de tentativas, é

calculada a área necessária para escoar a vazão máxima de projeto do curso d'água. A fórmula de Manning é expressa por:

$$V = \frac{1}{n} \cdot R_H^{2/3} \cdot I^{1/2} \quad (1.1)$$

V : velocidade média de escoamento (m/s);

n : rugosidade do canal;

$R_H = \frac{A}{P}$: raio hidráulico;

A : área da seção de escoamento (m²);

P : perímetro molhado (m);

I : declividade média do leito.

A vazão de escoamento é dada por:

$$Q = V \cdot A \text{ (m}^3\text{/s)}$$

Na fórmula de Manning, a área da seção de escoamento empregada é uma simplificação da seção real. Para ilustrar o procedimento de cálculo, é mostrado a seguir a determinação da cota de máxima cheia do rio Pau Seco. Nesse projeto a cota superior do tabuleiro já era conhecida do projeto de terraplanagem. A altura de construção foi obtida pelo pré-dimensionamento da estrutura lançada. A cota de máxima cheia foi calculada pela fórmula de Manning e a altura livre assim obtida foi comparada com o valor mínimo exigido pelo órgão contratante do projeto (nesse projeto, igual a 1,5 m).

Dados de projeto: Q = 691,02 m³/s
 n = 0,035 (canal com vegetação)
 I = 0,0016 (obtido da topografia)
 cota de fundo: 208,68 (m)

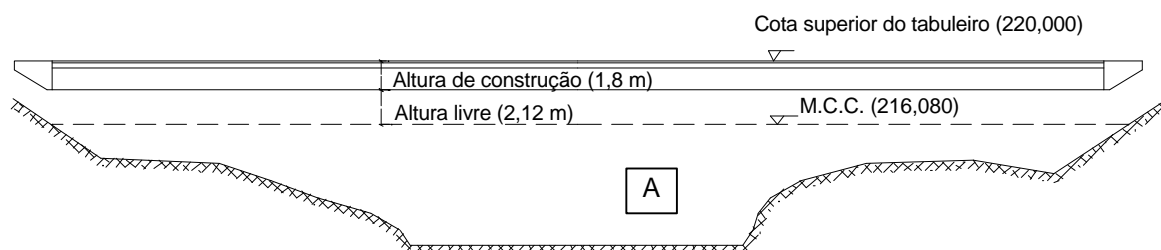


Figura 1.5 - Seção transversal do rio Pau Seco empregada no cálculo da máxima cheia.

Tabela 1.4 - Dados da seção transversal do rio Pau Seco

Lado esquerdo		Lado direito	
afastamento (m)	cota (m)	afastamento (m)	cota (m)
10,23	209,00	10,00	209,00
10,80	210,00	10,60	210,00
12,60	211,00	11,00	211,00
15,90	212,00	11,70	212,00
18,70	213,00	13,60	213,00
21,80	214,00	17,50	214,00
29,00	214,40	24,00	214,20
34,40	218,00	29,00	213,40
		35,90	218,00

Tabela 1.5 - Cálculo da máxima cheia do rio Pau Seco pela fórmula de Manning.

Cota (m)	Área (m ²)	Perímetro (m)	R _H (m)	V (m/s)	Q (m ³ /s)
209,08	4,859	20,425	0,238	0,439	2,133
209,68	17,264	21,816	0,791	0,977	16,875
210,08	25,771	22,808	1,130	1,240	31,953
211,08	48,453	26,067	1,859	1,728	83,721
212,08	74,375	30,772	2,417	2,058	153,086
213,08	104,708	36,065	2,903	2,326	243,521
214,08	142,999	52,340	2,732	2,233	319,383
215,08	201,915	65,798	3,069	2,414	487,332
216,08	264,955	69,404	3,818	2,792	739,698

Da Tabela 1.5 obtêm-se para a máxima cheia calculada a cota de 216,08, a qual fornece uma altura livre de 2,12 m, maior que a altura mínima exigida de 1,5 m.

1.5 Elementos geotécnicos

Os elementos geotécnicos necessários à elaboração do projeto de uma ponte são:

- Relatório de prospecção de geologia aplicada no local de provável implantação da obra, considerando seu esboço estrutural, e realçando peculiaridades geológicas porventura existentes.

- Relatório de sondagem de reconhecimento do subsolo compreendendo os seguintes elementos:
 - a) Planta de locação das sondagens, referida ao eixo da via;
 - a) Descrição do equipamento empregado - peso, altura, etc.;
 - a) Sondagens de reconhecimento do subsolo, em toda a extensão provável da futura obra de arte, ao longo de duas linhas paralelas ao eixo locado da via, uma de cada lado, e distantes deste de, aproximadamente, três metros;
 - a) As sondagens devem ser em número suficiente para permitir uma definição precisa quanto a natureza e distribuição das camadas constituintes do subsolo. Devem, ainda, atingir uma profundidade que permita a garantia de não haver, abaixo dela, camadas de menor resistência. Conforme a importância da obra, um certo número de sondagens, ou mesmo sua totalidade, deverá atingir a rocha, que deverá ser investigada por meio de sondagens rotativas em uma espessura de, pelo menos, três metros. Quando já existir o anteprojeto da obra, poderão ser realizadas duas sondagens em cada linha transversal de apoio. Serão realizadas sondagens rotativas ou mistas (sondagem a percussão na parte em solo e rotativas na parte em rocha), no caso de fundações em rocha ou em terreno que apresente matacões.
 - a) Perfis em separado de todas as sondagens, nos quais se indiquem a natureza e a espessura das diversas camadas atravessadas, suas profundidades em relação a uma referência de nível, índices de resistência à penetração e nível d'água, inicial e vinte e quatro horas após a conclusão da sondagem. A referência de nível da sondagem deve relacionar a cota da boca do furo à referência de nível da obra;
 - a) A fixação das profundidades das sondagens poderá ser feita com critérios alternativos a serem obedecidos no campo como, por exemplo, os enunciados a seguir:
 - ☞ Sondagem de percussão - prosseguir até: resistências à penetração iguais ou superiores a N golpes/ 30 cm em cinco cravações consecutivas, ou até atingir material impenetrável à peça de lavagem, ou até Z m de profundidade máxima. Os valores de N e Z poderão ser fixados, em cada caso, conforme a natureza do solo e o

tipo da obra. Em uma obra média, pode-se adotar, por exemplo, $N = 40$ golpes por 30 cm e $Z = 40$ m.

☞ Sondagens rotativas - prosseguir até: recuperação igual ou superior a X_1 % em três avanços consecutivos, ou recuperação igual ou superior a X_2 % após penetrar 5 m em rocha parcialmente alterada, ou ainda recuperação média igual ou superior a X_3 % após penetrar 10 m em rocha alterada. Se nenhuma das condições anteriores forem satisfeitas, a sondagem deve ser interrompida a uma profundidade máxima Z . Os valores de X_1 , X_2 , X_3 e Z poderão ser fixados em cada caso conforme o tipo de obra.

- Estudos geotécnicos especiais que permitam a elaboração de projeto do conjunto terreno-aterro-obra de arte, sempre que a estabilidade dos terrenos contíguos à obra possa ser ameaçada pelas solicitações dos aterros de acesso.

1.6 Elementos acessórios

1.6.1 Existência de elementos agressivos

Informações de caráter tecnológico especial podem ser de grande interesse para o projeto ou a construção de uma ponte, quando constatada sua ocorrência:

- agressividade da água, referida ao pH ou ao teor de substâncias agressivas aos materiais de construção (água do mar ou acentuadamente salobra, águas sulfatadas ou sulfídricas);
- materiais de ação destrutiva sobre o concreto;
- gases tóxicos de terrenos pantanosos, possíveis em cavas de fundação

A existência, no leito do rio, de moluscos capazes de perfurar as madeiras de escoramento, poderá ser razão determinante da escolha do método construtivo a ser adotado no projeto.

Nas regiões marinhas, a biologia das águas pode influir nos métodos construtivos adotados, limitando, por exemplo, o tempo de permanência de armaduras dentro d'água antes de uma concretagem por processo submerso.

RELATÓRIO DE SONDAGEM

Responsável: GEOSERV - Serviços de Geotecnia e Construção Ltda	
Cliente: Secretaria de Estado da Infra-Estrutura -TO	Furo: 01
Obra: Ponte sobre o rio Pau Seco	
Local: TO-373: Trecho Alvorada - Araguaçu - Estaca: 1413 + 7,50	Data: 15-10-93

Profund (m)	N ^o amostr a	NA 24 h	Diâmetro do furo D = 2 ½		Diâmetro da haste D = 1 5/8"					Descrição do solo
			1 ^o + 2 ^o	2 ^o + 3 ^o	Número de golpes					
			15	15	10	20	30	40	50	
1.00	00									Argila pouco arenosa com presença de matéria orgânica
2.00	01		26	38/26						Areia fina pouco siltosa cinza com presença de matéria orgânica
3.00	02	---	16	27/23						Silte arenoso variegado com presença de matéria orgânica
4.00	03		12	12						Argila arenosa variegada
5.00	04		20	25						Silte arenoso variegado
6.00	05		29	36/28						Silte arenoso micáceo variegado
7.00	06		40/9	40/0						Areia grossa pouco siltosa variegada
8.00	07		24	33/27						Silte pouco arenoso micáceo variegado
9.00	08		37/24	40/9						
10.00	09		16	31/28						
11.00	10		40/11	40/0						
12.00	11		40/8	40/0						Gnaiss com quartzo e micaxisto variegado
11.08	12				(21)	22				
14.08	13						(20)			
14.45	14						(4)			
15.45										
Recuperação (%)					20	40	60	80	100	
Fragmentos por metro (N)										

Cota do furo:	Nível d'água: 2,50 m
Nível de Sondagem: 15,45 m	Data do NA: 17-10-93

Figura 1.6 - Relatório de sondagem do terreno - eixo 1 do rio Pau Seco

1.6.2 Informações de interesse construtivo ou econômicos

- condições de acesso ao local da obra;
- procedência dos materiais de construção, custo e confiabilidade do transporte;
- épocas favoráveis para execução dos serviços, considerando os períodos chuvosos e o regime do rio;
- possível interferência de serviços de terraplanagem ou desmonte de rocha, nas proximidades da obra;
- condições de obtenção de água potável.

1.7 Elementos normativos

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) é uma entidade oficial encarregada de elaborar e editar os regulamentos técnicos adotados no Brasil. As principais normas que devem ser consultadas quando da elaboração de pontes rodoviárias em concreto armado são:

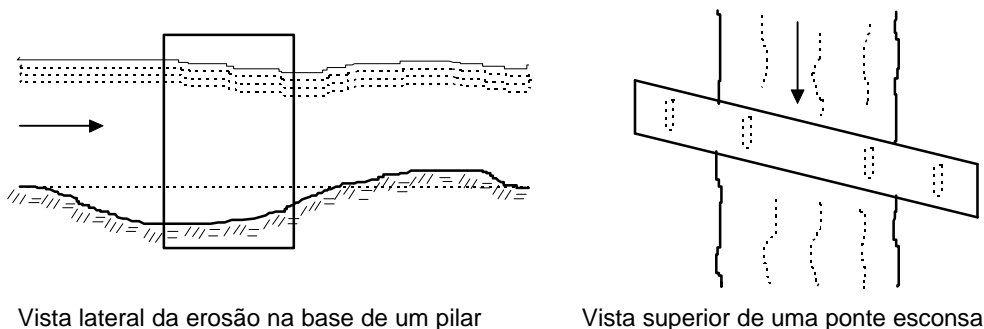
- NBR 7187 - Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido;
- NBR 7188 - Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre;
- NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado.

1.8 Algumas indicações para projeto de pontes sobre rios

Como já foi mencionado anteriormente, para pontes sobre pequenos rios sua localização é definida pelo projetista de estrada quando da elaboração do traçado da via. Contudo, quando a via cruza médios ou grandes rios, a posição da ponte pode determinar o traçado da via. Neste caso, algumas recomendações sobre como escolher a melhor posição para a ponte podem ser úteis:

- Transpor o canal principal ou o vale no ponto mais estreito possível e não muito distante do traçado original da via;
- O canal principal ou o vale deve ser transposto, de preferência, perpendicularmente à direção de escoamento, o que permite que se obtenha o menor comprimento possível para a ponte. No caso dela ser esconsa, os pilares em contato com o fluxo d'água devem ter sua menor dimensão perpendicular a esse fluxo de forma a evitar ou diminuir a erosão localizada na

base do pilar (Figura 1.7). Deve-se também evitar eixos localizados no meio do rio onde a velocidade de escoamento d'água é maior.



Vista lateral da erosão na base de um pilar

Vista superior de uma ponte esconsa

Figura 1.7 - Erosão localizada na base de um pilar em contato com a água.

- Deve-se evitar transpor um rio logo após a região onde deságua um afluente de modo a evitar a deposição de sedimentos sob a ponte (seção I-I da Figura 1.8). Também deve-se evitar transpor à montante dessa região, uma vez que nesse caso haveria a necessidade de duas pontes (seção II-II da Figura 1.8), o que acarretaria em aumento do custo da obra. A melhor posição para transposição do rio é um pouco a jusante da região onde deságua seu afluente.

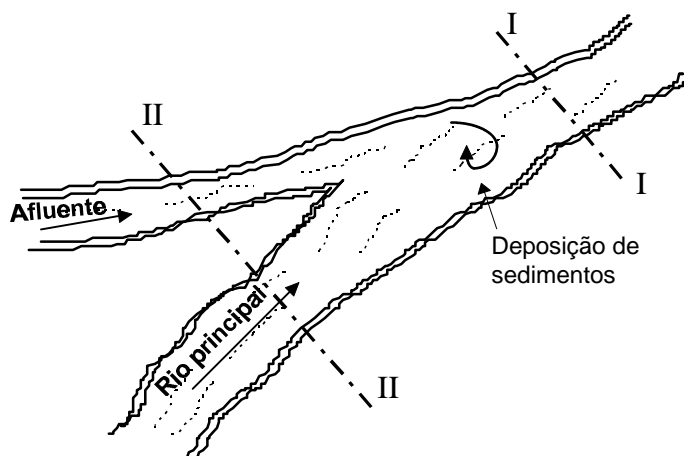


Figura 1.8 - Transposição de rio com afluente.

- Deve-se evitar transpor em regiões onde possa haver, ao longo da vida útil da ponte, mudanças na seção transversal do rio. Essas mudanças normalmente ocorrem em função das características geológicas da região. Um exemplo são rios em regiões sedimentares onde, devido à acumulação de detritos no seu leito, ocorre uma alteração na seção de escoamento.

- Quando do cruzamento de rios de pequena vazão, é recomendável evitar curvas para transposição desses rios. Em alguns casos, como o mostrado na Figura 1.9, pode ser realizada uma alteração no curso natural do rio através da construção de um canal devidamente dimensionado.

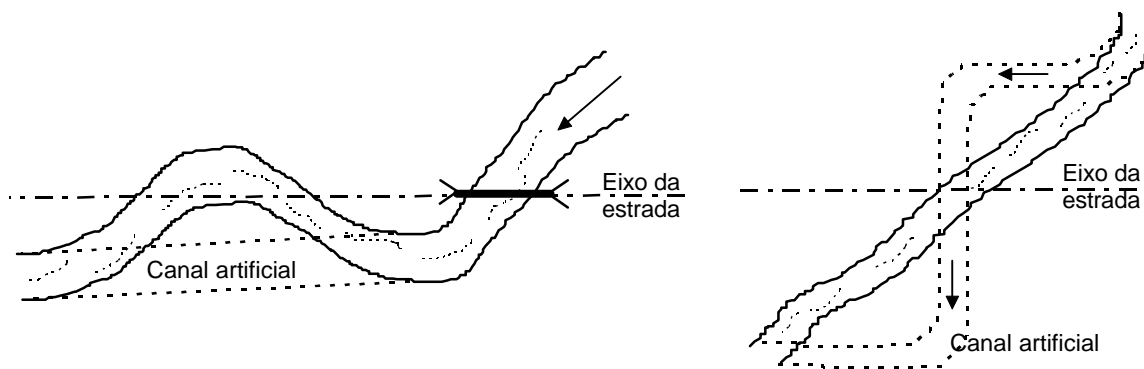


Figura 1.9 - Correção do leito de rios de pequena vazão.

2. SUPERESTRUTURA

2.1 Introdução

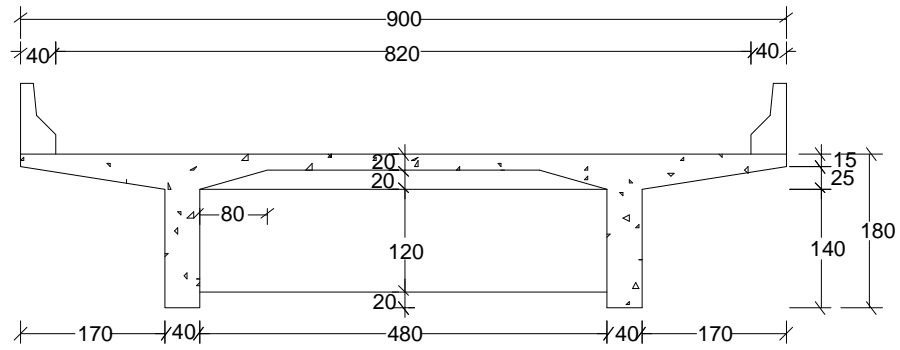
No capítulo anterior foram apresentadas as principais informações que o projetista deve conhecer antes de iniciar um projeto de ponte. De posse dessas informações, ele deve definir o tipo de ponte a ser empregado (ponte em viga contínua, ponte em vigas biapoiadas, ponte em pórtico, ponte estaiada, etc.) e fazer um pré-dimensionamento dos principais elementos estruturais, o qual pode ser feito baseado em sua própria experiência ou em projetos de pontes semelhantes. Não é objetivo deste texto abordar critérios de lançamento e pré-dimensionamento de estruturas de pontes, mas sim apresentar de forma didática os passos necessários para a elaboração de um projeto de ponte em concreto armado com duas longarinas retas. Desta forma, neste capítulo serão apresentados, inicialmente, o sistema estrutural e as dimensões da ponte sobre o rio Pau Seco definidas pelo autor, e, em seguida, será descrito de forma detalhada o dimensionamento dos principais elementos estruturais da superestrutura.

2.2 Características geométricas da superestrutura

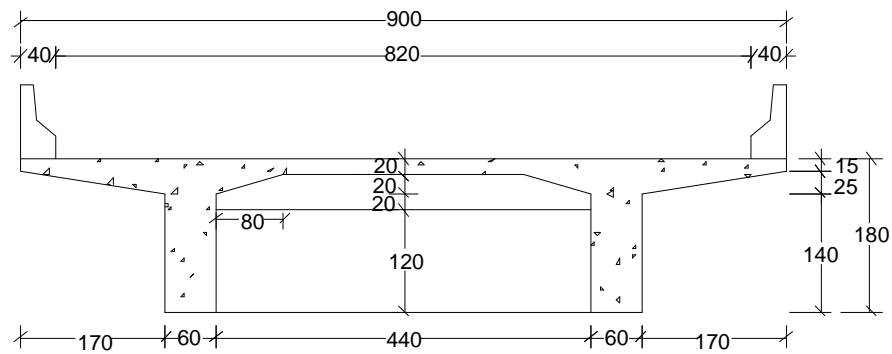
O sistema estrutura empregado na ponte sobre o rio Pau seco é o de viga contínua com balanços. O comprimento total da ponte é de 64 m distribuídos em dois balanços de 4 m, dois vão extremos de 18 m e um vão central de 20 m. A seção transversal é em viga com duas longarinas e a sua altura foi pré-dimensionada em 1,80 m. Na Figura 2.1 são mostradas as principais dimensões da ponte.

É prática comum nos projetos de pontes com duas longarinas, executadas com concreto moldado no local, o engrossamento da alma na região do apoio. Dessa forma, foi prevista uma mísula horizontal para garantir uma variação gradual da espessura da longarina do apoio até o meio do vão. Normalmente a mísula estende-se da seção do apoio até a transversina de vão mais próxima (Figura 2.2). Esse engrossamento da alma tem a função de diminuir as tensões de compressão na seção do apoio devido aos elevados valores do esforço cortante, não sendo considerado para o cálculo dos

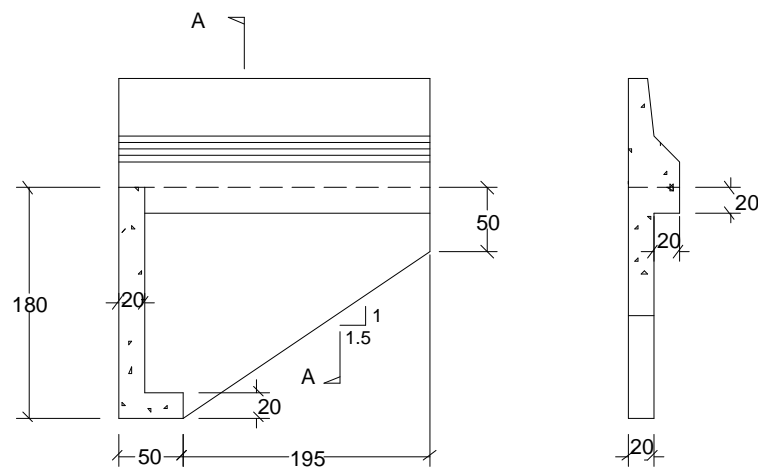
momentos fletores da viga. Além disso, ele também aumenta a área de contato das longarinas com os aparelhos de apoio.



Seção transversal no meio do vão



Seção transversal no apoio



Corte AA

Ala e viga de fechamento

Figura 2.1 (b) - Principais dimensões da ponte sobre o rio Pau Seco (em centímetros)

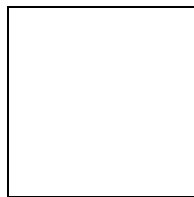


Figura 2.2 - Vista inferior com detalhe da mísula horizontal.

Observa-se, também, que tanto as transversinas de apoio quanto as transversinas de vão são separadas da laje. Esta solução é adotada para uniformizar a armadura de flexão (longitudinal e transversal) da laje do tabuleiro, a qual passa a comporta-se como apoiada apenas em dois lados, ou seja, apenas sobre as longarinas. O espaçamento entre transversinas é tomado, aproximadamente, igual ao espaçamento entre as longarinas. Sua função é promover o travamento das longarinas e impedir a rotação das mesmas em torno de seu eixo longitudinal.

Neste projeto foi empregada a solução de alas fechadas, ou seja, orientadas na direção longitudinal. Frequentemente são encontrados projetos com alas perpendiculares ao eixo da ponte, também conhecidas como alas abertas (Figura 2.3). A função das alas é conter o aterro junto às extremidades da superestrutura. As alas fechadas têm a vantagem de diminuir o comprimento da saia do aterro na direção do eixo da ponte, mas possuem a desvantagem de necessitarem ser dimensionadas também ao empuxo de terra provocada pela carga móvel sobre o aterro de acesso.

Para cálculo do peso próprio da estrutura é necessário conhecer, além das dimensões da seção transversal, as dimensões e pesos dos elementos acessórios que vão estar sobre a ponte:

- Área da seção transversal no meio do vão: 3,495 m²
- Área da seção transversal no apoio: 4,135 m²
- Área da seção transversal do guarda-rodas: 0,23 m²
- Peso do guarda-corpo: 0,1 kN/m
- Espessura média do pavimento: 0,08 m

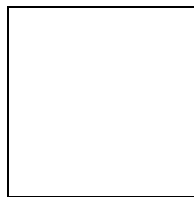


Figura 2.3 - Posição das alas na extremidade da ponte.

2.3 Idealização para o cálculo das solicitações

As estruturas das pontes em vigas são formadas por elementos verticais (vigas) e horizontais (lajes) ligados monoliticamente. A análise da estrutura espacial, embora possível, ainda é complexa e requer programas computacionais que nem sempre o projetista tem a disposição. Simplifica-se então a estrutura decompondo-a em elementos lineares (as vigas) e de superfície (as lajes).

O cálculo do quinhão das cargas móveis que cada viga recebe é feito de forma aproximada. Colocam-se as cargas móveis numa seção próxima ao meio do vão, na posição transversal mais desfavorável para a viga estudada, e obtêm-se o trem-tipo da mesma. Para as seções próximas aos apoios, o quinhão de carga da viga - para a mesma posição da carga móvel na seção transversal - sofre alterações. Para maior simplicidade, contudo, admite-se que o trem-tipo calculado próximo ao meio do vão não se altera ao longo da viga.

As ações devido ao peso próprio são mais fáceis de distribuir entre as vigas. No caso de seção transversal com duas vigas, cada uma recebe metade do peso próprio da superestrutura.

Os esforços devidos ao peso próprio e à carga móvel são calculados em diversas seções de cálculo ao longo da viga. O número de seções adotadas em cada tramo varia com o vão do mesmo, podendo adotar-se cinco seções para vão pequenos (da ordem de 10 m a 15 m) e dez seções para vãos médios (da ordem de 25 m a 30 m).

2.4 Dimensionamento da viga principal

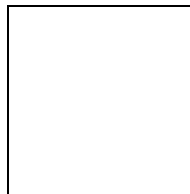
2.4.1 Solicitações devido ao peso próprio

A seguir são mostrados os cálculos para determinação do carregamento devido ao peso próprio sobre cada viga principal (ou longarina). Foram adotados para o

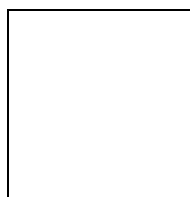
concreto armado um peso específico (γ) de 25 kN/m^3 e para o pavimento asfáltico um peso específico de 22 kN/m^3 .

a) Carregamento uniformemente distribuído

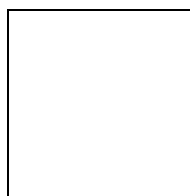
a.1) seção transversal (meio do vão):



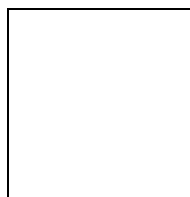
a.2) guarda-rodas:



a.3) pavimento:



a.4) guarda-corpo:



Total:

$q = 56,8 \text{ kN/m}$

b) A seguir são calculadas as forças concentradas constituídas pelo peso próprio dos alargamentos da alma das longarinas, transversinas, alas e viga de fechamento.

b.1) O peso próprio dos alargamentos da alma das longarinas junto aos apoios pode ser assimilado a um carregamento triangular com uma extensão de $4,00 \text{ m}$ nos balanços, $6,00 \text{ m}$ nos vãos 1 e 3, e $6,5 \text{ m}$ no vão 2 (Figura 2.4). Esse carregamento pode ser substituído por forças concentradas aplicadas no centro de gravidade da área triangular.

- Balanços:



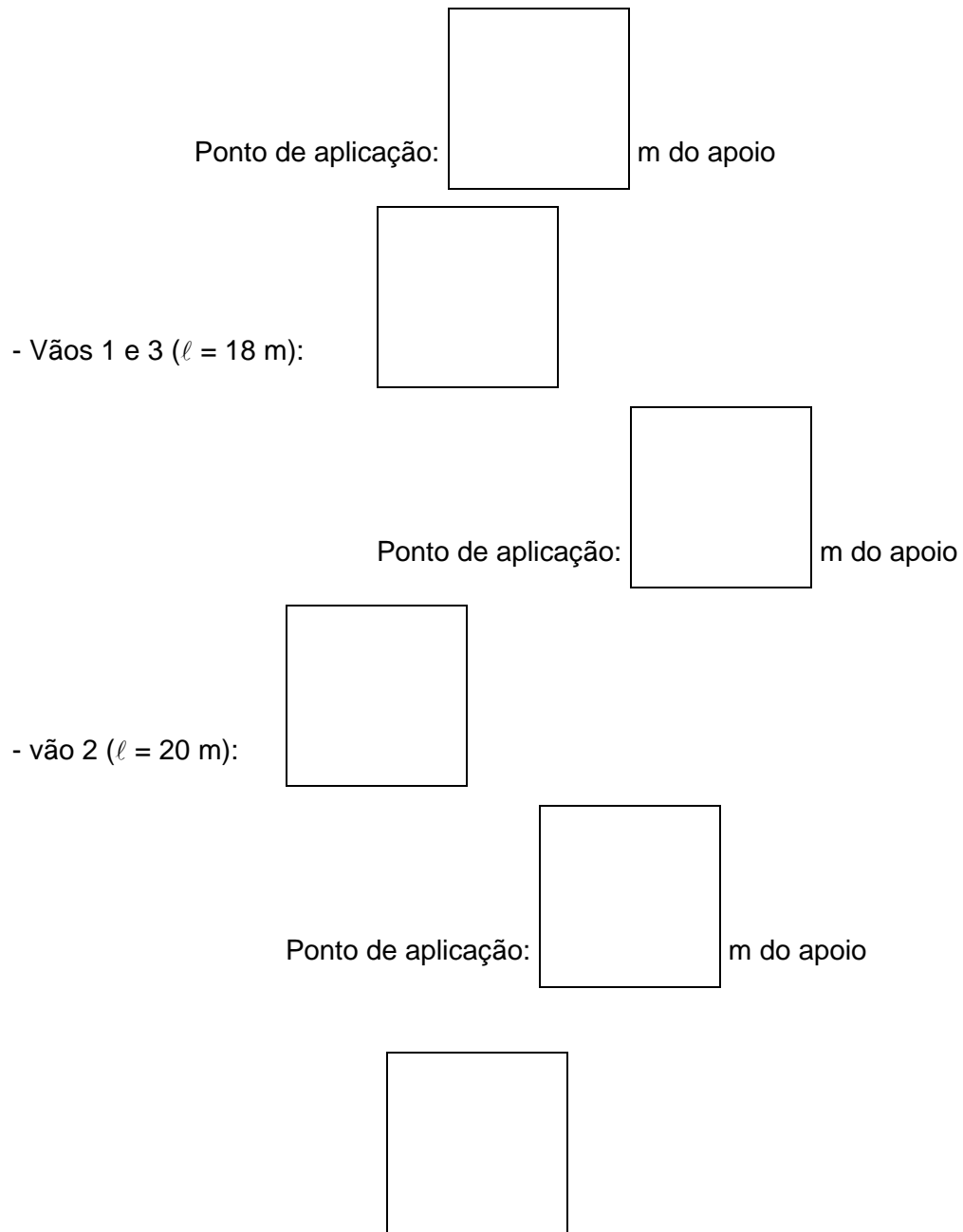
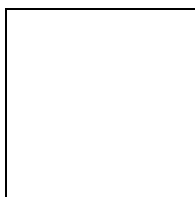
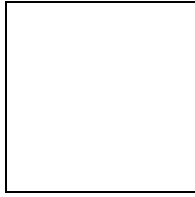


Figura 2.4 - Dimensões do alargamento da alma da longarina.

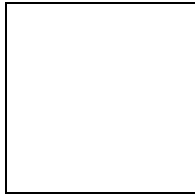
b.2) As transversinas de vão têm 20 cm de largura e 120 cm de altura, logo:



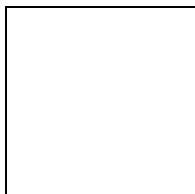
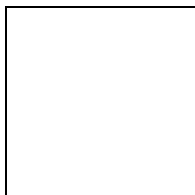
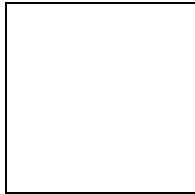
As transversinas de apoio têm 40 cm de largura e 120 cm de altura, logo:



b.3) A viga de fechamento aplica na ponta do balanço uma força de:

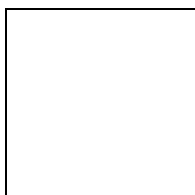


b.4) O peso de cada ala, incluindo guarda-rodas e guarda-corpo, vale:



$$\therefore P = 29,025 \text{ kN}$$

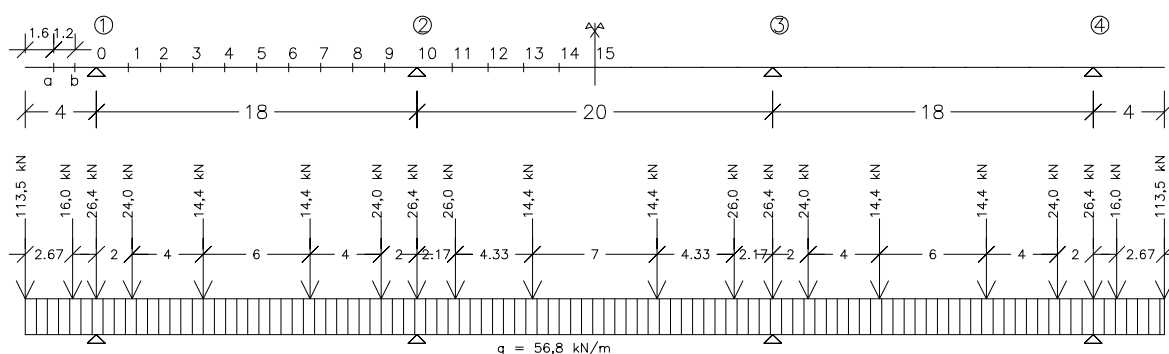
b.5) A terra sobre a viga inferior da viga de fechamento aplica na ponta do balanço uma força de:



Logo, a força total aplicada na ponta do balanço, para cada longarina, vale:

$$P = 47,25 + 29,025 + 37,2 = 113,5 \text{ kN}$$

Na Figura 2.5 são mostradas as seções de cálculo e o carregamento devido ao peso próprio em uma longarina. Os momentos fletores e os esforços cortantes resultantes desse carregamento são mostrados na Tabela 2.1, e na Tabela 2.2 são mostradas as reações de apoio da superestrutura sobre a mesoestrutura.



Obs: Dimensões em metro

Figura 2.5- Seções de cálculo e carregamento devido ao peso próprio em uma longarina.

Tabela 2.1 - Momento fletor e esforço cortante, em uma longarina, devido ao peso próprio.

Seção	a	b	0 _{esq}	0 _{dir}	1	2	3	4	5	6
M _g (kN.m)	-254	-542	-929		-136	435	817	995	979	779
V _g (kN)	-204	-288	-356	492	390	263	161	42	-60	-162
Seção	7	8	9	10 _{esq}	10 _{dir}	11	12	13	14	15
M _g (kN.m)	385	-214	-1001	-2011		-903	-70	532	881	994
V _g (kN)	-281	-384	-510	-612	611	497	358	244	114	0

Tabela 2.2 - Reação de apoio, em uma longarina, devido ao peso próprio.

Eixo	1	2	3	4

R_g (kN)	875	1249	1249	875
------------	-----	------	------	-----

2.4.2 Solicitações devido à carga móvel

2.4.2.1 Determinação do trem-tipo

As cargas móveis podem ocupar qualquer posição sobre o tabuleiro da ponte. Assim, para cada longarina, é necessário procurar a posição do carregamento que provoque a máxima solicitação em cada uma das seções de cálculo. Esse procedimento é por demais trabalhoso e inviável de ser realizado manualmente. Dessa forma, utiliza-se do conceito de trem-tipo, o qual simplifica o carregamento sobre as longarinas e torna o processo de cálculo dos esforços menos trabalhoso.

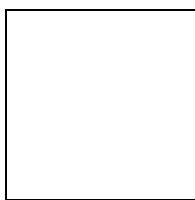
Denomina-se trem-tipo de uma longarina o quinhão de carga produzido na mesma pelas cargas móveis de cálculo, colocadas na largura do tabuleiro, na posição mais desfavorável para a longarina em estudo. Nessas condições, o trem-tipo é o carregamento de cálculo de uma longarina levando-se em consideração a geometria da seção transversal da ponte, como, por exemplo, o número e espaçamento das longarinas e a posição da laje do tabuleiro.

O trem-tipo, suposto constante ao longo da ponte, pode ocupar qualquer posição na direção longitudinal. Assim, para cada seção da viga estudada, é necessário determinar as posições do trem-tipo que produzem valores extremos das solicitações. Nos casos mais gerais, empregam-se as linhas de influência, diagramas que permitem definir as posições mais desfavoráveis do trem-tipo e calcular as respectivas solicitações. Com os valores extremos das solicitações, calculados nas diversas seções de cálculo da viga, é possível traçar as envoltórias de solicitações da carga móvel. Como os valores das envoltórias são determinados para as situações mais desfavoráveis das cargas, quaisquer outras posições do carregamento produzirão solicitações menores. Assim, se a longarina for dimensionada para os valores das envoltórias, sua segurança fica garantida para qualquer posição da carga móvel.

A ponte sobre o rio Pau Seco é da classe 45, logo deve ser empregado para cálculo do trem-tipo o veículo tipo especificado pela NBR-7188 com 450 kN de peso total. A distribuição da carga móvel entre as longarinas depende da rigidez transversal do tabuleiro. Como a ponte em estudo é constituída por apenas duas longarinas, a posição mais desfavorável para as solicitações é quando o veículo tipo está posicionado no bordo da pista, encostado no guarda-rodas, conforme mostrado na Figura 2.6. A reação na

longarina 1 pode ser obtida admitindo a laje apoiada sobre as duas longarinas, na direção transversal, e traçando a linha de influência da reação de apoio desta longarina. Observa-se que o balanço do lado direito do tabuleiro não foi carregado, pois o carregamento nessa posição tende a aliviar a reação na longarina em estudo. Devido à simetria da seção transversal, o trem-tipo na longarina 2 é idêntico ao calculado para a longarina 1.

A reação de apoio na longarina 1, na região da pista carregada apenas com multidão (seção I-I), vale:



A reação de apoio na longarina 1, na região carregada com o veículo tipo e com multidão (seção II-II), vale:

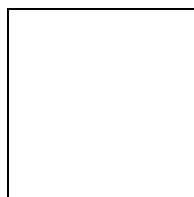
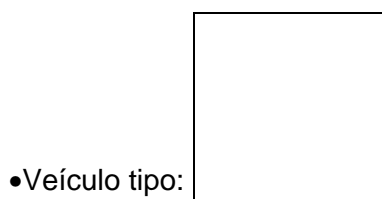
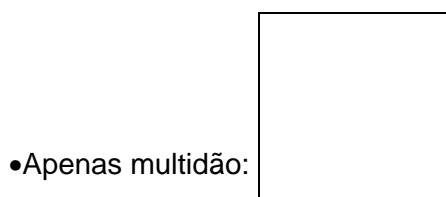


Figura 2.6 - Posicionamento do veículo tipo para cálculo do trem-tipo da longarina.

Logo, o trem-tipo das longarinas 1 e 2 vale:

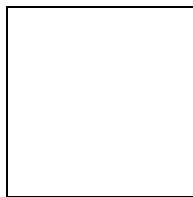


Figura 2.7 - Trem-tipo das longarinas da Ponte sobre o rio Pau Seco.

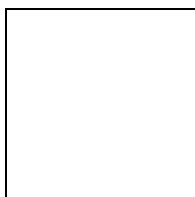
Antes de calcular as solicitações devido à carga móvel, é conveniente calcular o coeficiente de impacto e multiplicar o trem-tipo por esse coeficiente. Dessa forma, as solicitações obtidas já estarão majoradas devido ao caráter dinâmico do carregamento móvel. Segundo a NBR-7187, o coeficiente de impacto pode ser determinado pela seguinte expressão:



Nesta expressão, ℓ representa o vão teórico da estrutura. Como os vãos não são muito diferentes entre si (menor vão > 70% do maior vão), é adotado um coeficiente de impacto único para os vãos, determinado a partir do comprimento médio dos três vãos, ou seja:



Para o balanço é adotado um coeficiente de impacto diferente, sendo que nesse caso o valor de ℓ é igual a duas vezes o comprimento do balanço. Logo:



O trem-tipo empregado no cálculo dos esforços nas longarinas é o mostrado na Figura 2.8. Vale ressaltar que nesse caso, como não há passeio para pedestres, multiplicou-se todo o trem-tipo, obtido pelo posicionamento do veículo tipo na seção transversal, pelo coeficiente de impacto. Caso houvesse contribuição no cálculo do trem-tipo de carregamento no passeio, essa parcela do carregamento não poderia ser multiplicada pelo coeficiente de impacto, uma vez que o carregamento proveniente de pedestres sobre a ponte não provoca efeitos dinâmicos nela.

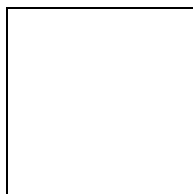
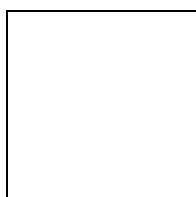


Figura 2.8 - Trem-tipo, com impacto, das longarinas da Ponte sobre o rio Pau Seco.

2.4.2.2 Cálculo do momento fletor e do esforço cortante

Para cada seção de cálculo da longarina, são traçadas as linhas de influência de momento fletor e esforço cortante e, em seguida, é posicionado o trem-tipo calculado nas posições mais desfavoráveis (ou seja, nas posições que provocam os maiores esforços), obtendo-se assim as envoltórias de momento fletor e esforço cortante. Sendo a viga dimensionada para os valores dessas envoltórias, a resistência estará garantida para qualquer posição da carga móvel sobre o tabuleiro, uma vez que as solicitações correspondentes a esta posição particular serão inferiores às que foram empregadas no dimensionamento. Na Figura 2.9 são ilustradas as linhas de influência das seções 4, 10 e 15 das longarinas da ponte sobre o rio Pau Seco, bem como as posições mais desfavoráveis do trem-tipo para cada seção.

A seguir é exemplificado o cálculo do maior momento fletor positivo na seção 4. Após posicionado o trem-tipo, é necessário obter as ordenadas da linha de influência sobre as forças concentradas e as áreas compreendidas entre a linha de influência e o eixo da viga sobre as forças distribuídas. Dessa forma, obtêm-se:



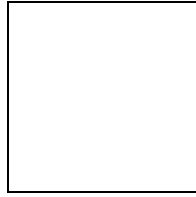
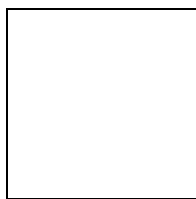


Figura 2.9 - Linhas de influência das longarinas da ponte sobre o rio Pau Seco.



Procedendo de modo semelhante, obtêm-se os esforços nas demais seções da longarina. Na Tabela 2.3 estão resumidos os momentos fletores e os esforços cortantes, máximos e mínimos, obtidos a partir do carregamento móvel.

Tabela 2.3 - Momento fletor e esforço cortante, em uma longarina, devido à carga móvel.

Seção	a	b	0_{esq}	0_{dir}	1	2	3	4	5	6
M_q^+ (kN.m)	-	-	-		1015	1721	2167	2398	2375	2120
M_q^- (kN.m)	-361	-879	-1615		-1475	-1335	-1195	-1055	-915	-851
V_q^+ (kN)	-	-	-	677	572	473	382	300	227	164
V_q^- (kN)	-426	-437	-653	-74	-63	-119	-194	-273	-356	-440
Seção	7	8	9	10_{esq}	10_{dir}	11	12	13	14	15
M_q^+ (kN.m)	1661	1032	452	570		489	1090	1706	2096	2229
M_q^- (kN.m)	-957	-1063	-1354	-1927		-1328	-1008	-902	-802	-702
V_q^+ (kN)	137	128	123	121	772	678	582	486	393	306
V_q^- (kN)	-525	-610	-693	-773	-89	-91	-99	-157	-226	-306

2.4.2.3 Cálculo das reações de apoio

As reações de apoio provocadas pela carga móvel são obtidas com as linhas de influência de reação de apoio, procedendo-se de forma semelhante à indicada no cálculo dos momentos fletores e esforços cortantes. Na Figura 2.10 é mostrada a linha de influência no apoio 2 e as posições mais desfavoráveis do trem-tipo. Na Tabela 2.4 são mostrados os valores de reação de apoio das longarinas devido à carga móvel.

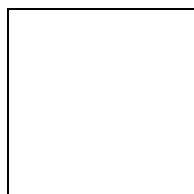


Figura 2.10 - Linha de influência da reação de apoio na seção 10.

Tabela 2.4 - Reações de apoio, em uma longarina, devido à carga móvel.

Eixo	1	2	3	4
R_q^+ (kN)	997	1077	1077	997
R_q^- (kN)	-74	-185	-185	-74

2.4.3 Envoltória de solicitações em serviço

Somando-se as solicitações devido ao peso próprio com as provocadas pela carga móvel, já acrescidas do efeito de impacto, obtêm-se os valores das envoltórias de solicitações, as quais são utilizadas no dimensionamento das armaduras nas diversas seções da longarina. Essas solicitações são denominadas em serviço, uma vez que elas representam as solicitações efetivas nas vigas principais da superestrutura. Para o dimensionamento das armaduras deverá ser utilizada a combinação última recomendada pela NBR-8681, a qual majora as solicitações em serviço por coeficientes adequados.

Na Tabela 2.5 são apresentados os valores para as envoltórias de momentos fletores e esforços cortantes de uma longarina. Essa tabela foi obtida a partir da soma dos valores da Tabela 2.1 com os valores da Tabela 2.3.

Tabela 2.5 - Envoltórias de momento fletor e esforço cortante em uma longarina (solicitações em serviço).

Seção	a	b	0_{esq}	0_{dir}	1	2	3	4	5	6
M_{g+q}^+ (kN.m)	-254	-542	-929		879	2156	2984	3393	3354	2899
M_{g+q}^- (kN.m)	-615	-1421	-2544		-1611	-900	-378	-60	64	-72
V_{g+q}^+ (kN)	-204	-288	-356	1169	962	736	543	342	167	2
V_{g+q}^- (kN)	-630	-725	-1009	418	327	144	-33	-231	-416	-602
Seção	7	8	9	10_{esq}	10_{dir}	11	12	13	14	15
M_{g+q}^+ (kN.m)	2046	818	-549	-1441		-414	1020	2238	2977	3223
M_{g+q}^- (kN.m)	-572	-1277	-2355	-3938		-2231	-1078	-370	79	292
V_{g+q}^+ (kN)	-144	-256	-387	-491	1383	1175	940	730	507	306
V_{g+q}^- (kN)	-806	-994	-1203	-1385	522	406	259	87	-112	-306

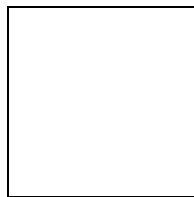


Figura 2.11 - Envoltórias de momento fletor em serviço.

2.4.4 Dimensionamento das seções transversais

Neste item é apresentado o dimensionamento das seções mais representativas das longarinas, cujas envoltórias de solicitação foram calculadas no item anterior.

São admitidos os seguintes materiais a serem empregados na construção da ponte:

- Concreto: $f_{ck} = 18 \text{ MPa}$
- Aço CA - 50 B

Vale ressaltar que, segundo a NBR-7187, este valor de resistência do concreto não é mais empregado. Apesar disso, ela foi utilizada neste texto por tratar-se de um projeto elaborado pelo autor há algum tempo.

Para o dimensionamento das seções, serão usados os coeficientes recomendados pelas NBR-8681, NBR-6118 e NBR-7187:

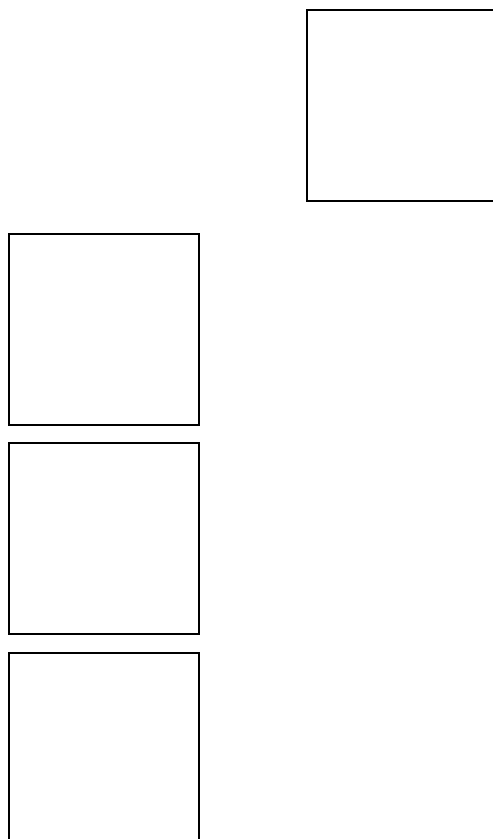
- Coeficientes de majoração das ações:
 - Ação permanente: $\gamma_g = 1,3$ (ação de pequena variabilidade)
 - Ação variável: $\gamma_q = 1,4$
- Coeficiente de minoração da resistência do concreto: $\gamma_c = 1,5$
- Coeficiente de minoração da resistência do aço: $\gamma_s = 1,15$

Quando a ação permanente atuar como elemento estabilizador, adota-se $\gamma_g = 1,0$.

2.4.4.1 Dimensionamento à flexão

O dimensionamento à flexão aqui apresentado é efetuado sem levar em consideração o efeito de fadiga das armaduras, o qual será abordado posteriormente.

As seções submetidas à momento fletor positivo comportam-se como viga “T”, sendo a mesa representada pela laje do tabuleiro que contribui na resistência à flexão da seção. Na Figura 2.12 é mostrada a determinação da largura da mesa, segundo os critérios sugeridos pela NBR-6118, em uma seção situada no meio do vão.



$$\therefore b_f = b_a + b_1 + b_3 = 72,5 + 120 + 120 = 312,5 \text{ cm}$$

Figura 2.12 - Determinação da largura da mesa da viga “T” na seção do meio do vão da longarina.

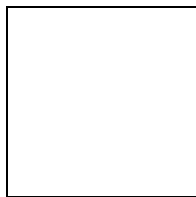
Para efeito de exemplificação, é calculado a armadura de flexão na seção 15 onde atuam os seguintes momentos fletores:

$$M_g = 994 \text{ kN.m}$$

$$M_q^+ = 2229 \text{ kN.m}$$

$$M_q^- = -702 \text{ kN.m}$$

O momento fletor de cálculo (positivo) nessa seção vale:



A altura total da seção vale (h) 1,80 m e a altura útil (d) é admitida igual a 1,60 m, a qual posteriormente será verificada. O dimensionamento da viga T é feito admitindo inicialmente que a linha neutra corte a seção transversal na altura da mesa. Dessa forma, o dimensionamento pode ser feito substituindo a seção original por uma seção retangular de largura igual à largura da mesa (b_f). Usando as tabelas de dimensionamento apresentadas por SUSSEKIND (1989) obtêm-se:

$$K_x = 0,114 \Rightarrow x = K_x \cdot d = 18 \text{ cm} < h_f = 20 \text{ cm}$$

Como a linha neutra está localizada na mesa de compressão, a hipótese inicial é verdadeira e pode-se prosseguir no cálculo admitindo uma seção retangular. A armadura de flexão vale, portanto, na seção 15: $A_s^+ = 66,6 \text{ cm}^2$.

No tramo 1, a seção mais solicitada por momentos fletores positivos é a de número 4, onde atuam os seguintes momentos fletores:

$$M_g = 995 \text{ kN.m}$$

$$M_q^+ = 2398 \text{ kN.m}$$

O momento fletor de cálculo (positivo) nessa seção vale:



Admitindo para a seção 4 as mesmas dimensões da viga T da seção 15 (Figura 2.12), bem como a substituição da seção por uma retangular, obtêm-se:

$$K_x = 0,11 \Rightarrow x = K_x \cdot d = 17,6 \text{ cm} < h_f = 20 \text{ cm}$$

$$A_s^+ = 70,2 \text{ cm}^2$$

As seções submetidas a momento fletor negativo têm seção retangular, uma vez que nestas seções a laje do tabuleiro situa-se na região tracionada. A seção da longarina

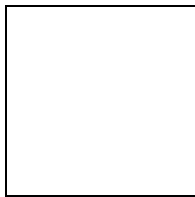
mais solicitada a momento fletor negativo é a de número 10 situada sobre o apoio entre os tramos 1 e 2. Nessa seção atuam os seguintes momentos com valores em serviço:

$$M_g = -2011 \text{ kN.m}$$

$$M_q^+ = 570 \text{ kN.m}$$

$$M_q^- = -1927 \text{ kN.m}$$

O momento fletor de cálculo (negativo) nessa seção vale:



É admitido para a altura útil dessa seção um valor superior ao adotado para as seções submetidas a momentos fletores positivos devido à colocação de parte da armadura de flexão da longarina na laje do tabuleiro, o que reduz a distância entre o centro de gravidade das armaduras e a fibra mais tracionada. Inicialmente será adotada uma altura útil (d) de 1,65 m que posteriormente será verificada. Sabendo que a largura da alma nessa seção (b_w) vale 60 cm, chega-se a uma área de aço à tração igual a $A_s^- = 96,7 \text{ cm}^2$.

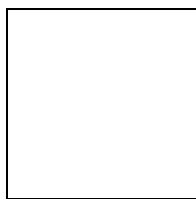
As seções até aqui dimensionadas estão submetidas a momento fletor em apenas um sentido, ou seja, momento positivo ou momento negativo. Algumas seções, contudo, são submetidas tanto a momento fletor positivo quanto a momento fletor negativo, devendo, portanto, serem dimensionadas para resistir a ambos. Esse é o caso, por exemplo, da seção 2, cujos momentos fletores com valores em serviço são:

$$M_g = 435 \text{ kN.m}$$

$$M_q^+ = 1721 \text{ kN.m}$$

$$M_q^- = -1335 \text{ kN.m}$$

Combinando M_g com M_q^+ obtêm-se o momento fletor positivo de cálculo e a seção resistente é em forma de “T”.



Admitindo a mesma seção transversal da Figura 2.12, obtêm-se:

$$K_x = 0,09 \Rightarrow x = k_x \cdot d = 14,4 \text{ cm} < h_f = 20 \text{ cm}$$

$$A_s^+ = 44,4 \text{ cm}^2$$

Combinando M_g com M_q^- obtêm-se o momento fletor negativo de cálculo e a seção resistente é retangular. Nessa situação a ação permanente atua de forma favorável reduzindo o esforço provocado pela carga móvel e, portanto, adota-se $\gamma_g = 1,0$.



Devido à variação uniforme da espessura das longarinas, a largura nessa seção (b_w) vale 48 cm, chegando-se assim a uma área de aço à tração igual a $A_s^- = 21,4 \text{ cm}^2$ ($d = 1,65 \text{ m}$).

Procedendo de forma análoga para as demais seções obtêm-se as áreas de aço à tração mostradas na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 - Área de aço em uma longarina para resistir aos momentos fletores (solicitações de cálculo)

Seção	a	b	0	1	2	3	4	5	6
M_d^+ (kN.m)	-	-	-	1285	2975	4096	4651	4598	3981
M_d^- (kN.m)	-835	-1935	-3469	-2242	-1434	-856	-482	-302	-412
A_s^+ (cm ²)	-	-	-	19,4	44,4	61,8	70,2	69,4	60,1
A_s^- (cm ²)	12,9	29,8	55,2	34,2	21,4	12,6	7,1	4,4	6,1
b_w (cm)	48	54	60	54	48	42	40	40	40
Seção	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_d^+ (kN.m)	2826	1231	-	-	-	1456	3080	4080	4413
M_d^- (kN.m)	-955	-1766	-3197	-5312	-3033	-1502	-731	-242	-

A_s^+ (cm ²)	42,6	18,6	-	-	-	22,0	46,5	61,6	66,6
A_s^- (cm ²)	14,1	26,7	50,7	96,7	48,1	22,6	10,8	3,6	-
b_w (cm)	42	48	54	60	53	47	41	40	40

2.4.4.2 Fadiga das armaduras longitudinais

2.4.4.2.1 Preliminares

A fadiga pode ser definida como a alteração mecânica dos materiais sob o efeito de solicitações repetidas. As ações que causam fadiga são aquelas que produzem variações de solicitações com frequência relativamente alta. Dentre elas podem ser citadas: cargas móveis, ondas do mar, sismos, vento, variações de temperatura, congelamentos, etc. Normalmente, os maiores problemas de fadiga ocorrem para situações com elevado número de ciclos, de 10^3 a 10^8 .

O concreto quando sujeito a ações repetidas pode apresentar fissuração excessiva e, eventualmente, romper após um grande número de ciclos, mesmo se o nível de solicitação for menor que a correspondente solicitação estática. A resistência à fadiga é definida como uma fração da resistência estática que pode ser suportada, para um certo número de ciclos (por exemplo, para 10 milhões de ciclos a resistência à fadiga, para compressão, tração ou flexão, é aproximadamente 55% a 60% da resistência estática). A ruptura por fadiga do concreto é caracterizada por deformações e microfissuração bem maiores que as correspondentes à ruptura sob solicitações estáticas.

A resistência à fadiga do aço depende de vários fatores (EL DEBS; TAKEYA (1992)):

- a) Conformação superficial: as nervuras das barras, projetadas para melhorar a aderência entre o aço e o concreto, acarretam uma redução significativa da resistência à fadiga, comparativamente às barras lisas, devido à concentração de tensões.
- a) Diâmetro das barras: a resistência à fadiga das barras diminui com o aumento do seu diâmetro; uma barra com 40 mm diâmetro pode ter resistência à fadiga 25% menor que uma barra com 16 mm de diâmetro, mantidas as demais condições iguais.

- a) Barras dobradas: o dobramento das barras reduz a sua resistência à fadiga, em relação à barras reta, devido à introdução de tensões localizadas nas regiões dobradas. Esta redução é função da relação entre o diâmetro de dobramento e o diâmetro da barra.
- a) Emendas por traspasse: ensaios experimentais com traspasse de 20 a 35 vezes o diâmetro das barras mostraram que este tipo de emenda não apresenta redução significativa de resistência à fadiga, em relação às situações similares sem emendas.
- a) Emendas por solda: nas barras emendadas por solda, por eletrodo ou por caldeamento, ocorre uma redução da resistência à fadiga de até 50% em relação à barra sem emenda.

As estruturas de concreto armado são estruturas compostas nas quais o aço absorve as tensões de tração quando o concreto fissura. Dessa forma, seu comportamento à fadiga está intimamente relacionado com as propriedades de seus materiais componentes, aço e concreto, e da interação entre eles (aderência). Assim, para elementos sub-armados sob a ação de momento fletor, o comportamento à fadiga está diretamente relacionado com a resistência à fadiga da armadura. Para elementos super-armados ou aqueles em que o cisalhamento e a aderência são fatores determinantes, a previsão do comportamento é mais complicada.

No Brasil, a única norma em vigência a tratar do assunto é a NBR-7187 - Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido -, sendo que ela aborda apenas a fadiga do aço. Segundo essa norma, as variações de tensões, em serviço, das barras da armadura longitudinal devem ficar limitadas a valores admissíveis ($\Delta_{fsk} = 150$ MPa para barras de alta aderência) a fim de prevenir a ruptura por fadiga, a qual é perigosa por sua natureza frágil, ou seja, sem aviso decorrente de deformações inelásticas.

Quando a variação de tensão nas armaduras longitudinais, em serviço, $\Delta\sigma_s$ for superior à $\Delta_{fsd} = \Delta_{fsk}/\gamma_{fat}$ ($\gamma_{fat} = 1,5$), as áreas de aço calculadas, no estágio III, para resistir aos momentos fletores devem ser multiplicadas por um coeficiente de fadiga K ($K = \Delta\sigma_s/\Delta_{fsd}$). As armaduras assim majoradas terão as variações de tensões limitadas a Δ_{fsd} .

Ainda segundo a NBR-7187, a verificação à fadiga pode ser realizada através de análise baseada em métodos elásticos desprezando-se a resistência à tração do concreto após a fissuração. A variação de tensão pode ser obtida por uma combinação freqüente de ações, com seus valores máximos e mínimos. Neste texto preferiu-se adotar a

combinação freqüente recomendada pela NBR-8681 à combinação freqüente da NBR-7187 por considerar que a primeira superpõe-se à segunda.

2.4.4.2.2 Aplicação à ponte sobre o rio Pau Seco

A seguir é analisada a seção 12 da longarina da ponte sobre o rio Pau Seco, por ser esta a seção que apresenta as maiores variações de momento fletor. Os momentos fletores, em serviço, que atuam nessa seção são:

$$M_g = -70 \text{ kN.m}$$

$$M_q^+ = 1090 \text{ kN.m}$$

$$M_q^- = -1008 \text{ kN.m}$$

A variação de tensão na seção é definida como $\Delta\sigma_s = \sigma_{s,\max} - \sigma_{s,\min}$. A tensão $\sigma_{s,\max}$ é obtida a partir da combinação de M_g com M_q^+ que resulta num momento tracionando as fibras inferiores (momento fletor positivo).



A tensão $\sigma_{s,\min}$ é obtida a partir da combinação de M_g com M_q^- que resulta num momento tracionando as fibras superiores (momento fletor negativo).



Para calcular a tensão na armadura, é admitido que a seção se encontra no limite do estágio II, ou seja, o concreto tracionado não resiste aos esforços e a distribuição de tensões na região comprimida é linear. Na Figura 2.13 são mostradas as seções transversais empregadas no cálculo, considerando a atuação de momentos fletores positivo e negativo, e os diagramas de tensão e de deformação na seção.

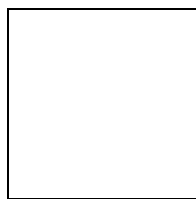
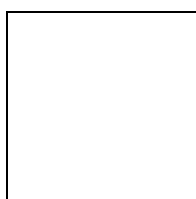


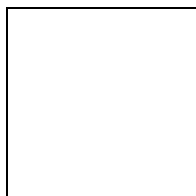
Figura 2.13 - Seções de cálculo da seção 12 da longarina.

Inicialmente é analisada a seção 12 quando submetida a momento fletor positivo ($M_{d,max}$). Admitindo que a linha neutra esteja na mesa de compressão (o que implica em admitir $b_w = b_f$), sua posição pode ser obtida por (SUSSEKIND (1989)):



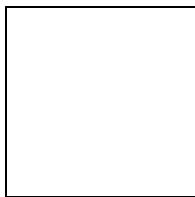
Essa expressão fornece a posição da linha neutra, no estágio II, em uma seção retangular com armaduras de tração e compressão. Nessa expressão, A_s é a área de aço de tração, A_s' é a área de aço de compressão, n é a relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto, b_w é a largura da seção, d é a altura útil da seção (distância da armadura tracionada à fibra mais comprimida da seção), t é o cobrimento da armadura comprimida (distância da armadura comprimida à fibra mais comprimida da seção).

Quando a seção 12 está submetida ao momento fletor positivo ($M_{d,max}$) têm-se: $A_s = A_s^+ = 22 \text{ cm}^2$, $A_s' = A_s^- = 22,6 \text{ cm}^2$, $n \approx 7,5$, $b_w = 312,5 \text{ cm}$, $d = 160 \text{ cm}$ e $t = 15 \text{ cm}$. Substituindo esses valores na expressão anterior obtêm-se $x = 12,58 \text{ cm}$, menor que h_f , o que confirma a hipótese inicial da linha neutra encontrar-se na mesa de compressão. A inércia da seção é obtida, então, por:

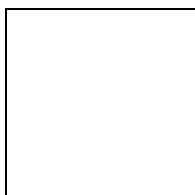


Essa expressão fornece a inércia de uma seção retangular no estágio II com armaduras de tração e compressão.

A tensão na armadura tracionada (A_s^+) vale, portanto:

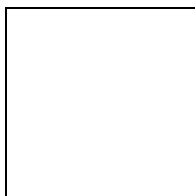


A tensão na armadura comprimida (A_s^-) vale, portanto:

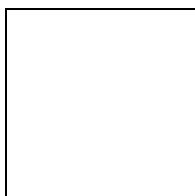


Quando a seção 12 está submetida ao momento fletor negativo ($M_{d,min}$) têm-se: $A_s = A_s^- = 22,6 \text{ cm}^2$, $A_s' = A_s^+ = 22 \text{ cm}^2$, $n \approx 7,5$, $b_w = 47 \text{ cm}$, $d = 165 \text{ cm}$ e $t = 20 \text{ cm}$. Substituindo esses valores na expressão que fornece a posição da linha neutra em uma seção retangular com armaduras de tração e compressão obtêm-se $x = 30,05 \text{ cm}$. A inércia da seção é obtida pela mesma expressão empregada quando a seção estava submetida ao momento fletor positivo e vale $J = 0,0353 \text{ m}^4$.

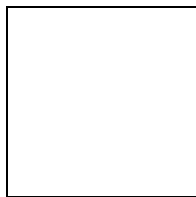
A tensão na armadura tracionada (A_s^+) vale, portanto:



A tensão na armadura comprimida (A_s^+) vale, portanto:



Conhecidas as tensões nas armaduras quando a seção está submetida aos momentos fletores positivo e negativo, é possível determinar a variação de tensão em cada uma das armaduras dessa seção. Na armadura inferior (A_s^+) a variação de tensão vale:



Como a variação de tensão nessa armadura é maior que a admissível ($\Delta_{fsd} = 100$ MPa para aço de alta aderência), deve-se aumentar a área de aço multiplicando-a pelo coeficiente de fadiga:



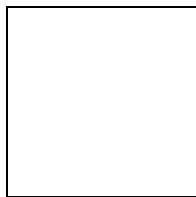
Na armadura superior (A_s') a variação de tensão vale:



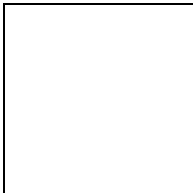
Como a variação de tensão nessa armadura é maior que a admissível ($\Delta_{fsd} = 100$ MPa para aço de alta aderência), deve-se aumentar a área de aço multiplicando-a pelo coeficiente de fadiga:



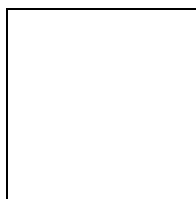
A antiga EB3/67 apresentava uma forma simplificada para avaliação da fadiga. Considerava-se atendido o estado limite de fadiga da armadura quando, no caso de peças solicitadas à flexão simples, o dimensionamento era feito no estado limite último e as áreas das armaduras de tração eram multiplicadas por:



M_1 e M_2 são os valores algébricos dos momentos fletores de maior e menor valor absoluto, respectivamente, que ocorrem na seção transversal estudada. Quando houver

alternância de esforços, tomar-se-á nessa expressão  em lugar de M_2 .

Analisando a seção 12 por essa expressão e tomando para M_1 e M_2 os valores obtidos da envoltória de momentos fletores em serviço (Tabela 2.5) obtêm-se:



Observa-se que este valor é 53% superior ao valor de K^- e 75% superior ao valor de K_+ . Apesar dessa diferença, a expressão da EB3/67 ainda é empregada devido a sua facilidade de utilização, o que resulta em simplificação dos cálculos.

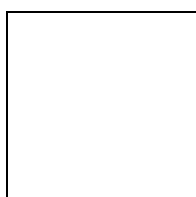
A seguir são analisadas as tensões na armadura inferior da seção 15. Os momentos fletores, em serviço, que atuam nessa seção são:

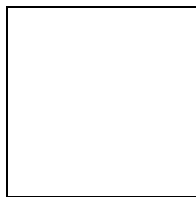
$$M_g = 994 \text{ kN.m}$$

$$M_q^+ = 2229 \text{ kN.m}$$

$$M_q^- = -702 \text{ kN.m}$$

As combinações freqüentes que produzem a máxima e a mínima tensão na armadura de tração, situada no bordo inferior da seção, são:





Essa seção, ao longo da vida útil da ponte, estará sempre submetida a momento fletor positivo com intensidade variando de 713 kN.m a 1886 kN.m. A seção transversal de cálculo empregada na avaliação das tensões na armadura é a mesma indicada na Figura 2.13. Admitindo, inicialmente, que a linha neutra esteja na mesa de compressão ($b_w = b_f$) e sabendo que $A_s = A_s^+ = 66,6 \text{ cm}^2$, $A_s' = A_s^- = 0$, $n \approx 7,5$, $b_w = 312,5 \text{ cm}$, $d = 160 \text{ cm}$ e $t = 15 \text{ cm}$, obtêm-se, a partir da expressão para cálculo da linha neutra em seções retangulares com armaduras de tração e compressão, $x = 21,07 \text{ cm}$. Este valor é maior que a altura da mesa ($h_f = 20 \text{ cm}$) o que indica que a hipótese inicial não é válida, devendo-se recalculá-la a posição da linha neutra considerando uma seção em forma de "T". Se a contribuição da nervura for desprezada (válido para $b_f \geq 5 \cdot b_w$) e não houver armadura de compressão na seção, a posição da linha neutra pode ser obtida por (SUSSEKIND (1989)):

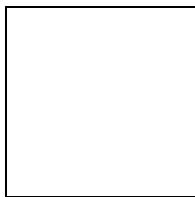


A inércia da seção no estágio II puro é obtida por (SUSSEKIND (1989)):

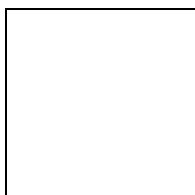


As tensões máxima e mínima na armadura tracionada (A_s^+) valem:

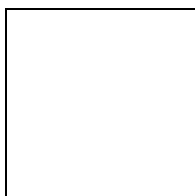




A variação de tensão na armadura tracionada vale, portanto:



Como essa variação é maior que a admissível ($\Delta_{fsd} = 100$ MPa), deve-se aumentar a área de aço multiplicando-a pelo coeficiente de fadiga:



Analisando a seção 15 pelo critério da EB3/67, obtêm-se o seguinte coeficiente de fadiga (ver Tabela 2.5):



Observa-se que este valor é muito próximo ao obtido segundo a NBR-7187. Neste texto o autor optou por avaliar o efeito da fadiga pelo critério da EB3/67. O leitor, quando da realização de seus projetos, tem a liberdade de escolher qual critério irá empregar. Na Tabela 2.7 são apresentados os coeficientes de fadiga e as áreas de aço finais majoradas pelo coeficiente de fadiga.

Tabela 2.7 - Área de aço de flexão, com fadiga, em uma longarina.

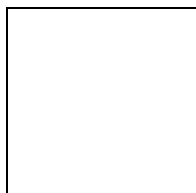
Seção	a	b	0	1	2	3	4	5	6
K	1,00	1,00	1,00	1,77	1,68	1,48	1,40	1,36	1,41
A_s^+ (cm ²)	-	-	-	34,3	74,6	91,5	98,3	94,4	84,7

A_s^- (cm ²)	12,9	29,8	55,2	60,5	36,0	18,6	9,9	6,0	8,6
Seção	7	8	9	10	11	12	13	14	15
K	1,58	1,83	1,07	1,00	1,13	2,05	1,50	1,35	1,26
A_s^+ (cm ²)	67,3	34,0	-	-	-	45,1	69,8	83,2	83,9
A_s^- (cm ²)	22,3	48,9	54,2	96,7	54,4	46,3	16,2	4,9	-

2.4.4.3 Fissuração sob carregamento em serviço

O dimensionamento da armadura é feito no estado limite último, sendo necessário verificar as condições da estrutura para as solicitações em serviço. Dentre essas verificações, destaca-se o estado limite de abertura de fissuras que tem por objetivo limitar a abertura máxima das fissuras de flexão de forma a garantir a durabilidade da estrutura. Essa verificação pode ser realizada seguindo as recomendações da NBR-6118 que define uma abertura máxima de 0,2 mm para peças não protegidas em meio não agressivo, situação esta típica na maioria das pontes rurais.

A título de exemplo é verificado o estado limite de fissuração na seção 15 da longarina. A solicitação é obtida a partir da combinação freqüente de utilização e vale, conforme já calculada no item anterior, $M_d = 1886$ kN.m. É considerado satisfeito o estado limite de fissuração quando pelo menos uma das desigualdades seguintes for satisfeita:

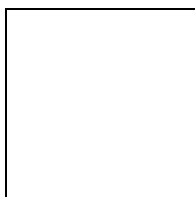
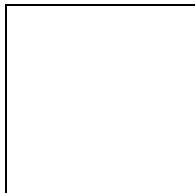


Nessas expressões, quando o cobrimento efetivo (c) da armadura longitudinal de tração for superior ao mínimo exigido (c_{min}), o valor no segundo membro pode ser

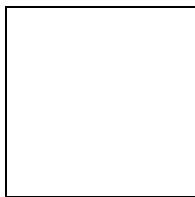
multiplicado pela relação , não se tomando, para este fator, valor superior a 1,25. Admitindo, por exemplo, um cobrimento de 2,5 cm (valor mínimo para concreto aparente ao ar livre) e um estribo de 10 mm, tem-se um cobrimento efetivo da armadura

de 3,5 cm. Neste caso, a relação vale 1,4, sendo adotado, portanto, o valor de 1,25. Logo o limite a ser empregado na verificação do estado limite de fissuração é de 2,5.

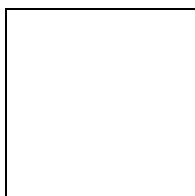
Neste ponto é necessário definir o tipo de aço e o diâmetro das barras a serem empregadas no detalhamento para se prosseguir na verificação da fissuração. Nesta ponte foi empregado aço de alta aderência ($\eta_b = 1,5$) e foram adotadas barras com 25 mm de diâmetro. O módulo de deformação longitudinal do aço pode ser adotado igual a 210000 MPa e a resistência à tração do concreto pode ser avaliada pela expressão da NBR-6118:



A taxa geométrica de armadura (ρ_r) é definida pela relação entre a área da armadura tracionada e a área de concreto em torno da armadura (A_{cr}). No caso de peças retangulares ou em T submetidas a flexão simples, essa área pode ser avaliada como $A_{cr} = 0,25 \cdot b_w \cdot h$. Considerando a área total de armadura tracionada, ou seja, aquela já aumentada devido ao efeito de fadiga, obtêm-se:

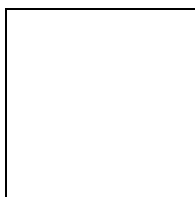


O próximo passo é calcular a tensão na armadura. Para tanto são empregadas as mesmas expressões utilizadas no cálculo do coeficiente de fadiga (estádio II). Lembrando que a seção 15 está submetida a um momento fletor positivo, pode-se empregar para cálculo da posição da linha neutra a expressão deduzida para seções em T apenas com armadura de tração e com $b_f \geq 5.b_w$. Dessa forma, sabendo que $A_s = 83,9 \text{ cm}^2$ obtêm-se $x = 23,72 \text{ cm}$ e $J = 0,1307 \text{ m}^4$, o que resulta numa tensão na armadura tracionada (σ_s) igual a 147 MPa. Substituindo esses valores nas expressões da NBR-6118 para verificação do estado limite de fissuração obtêm-se:

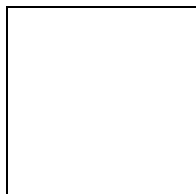


Observa-se, portanto, que está satisfeito o estado limite de fissuração na seção 15.

Analisa-se, agora, o estado limite de fissuração na seção 0. Da combinação freqüente de ações nessa seção obtêm-se $M_d = -1575 \text{ kN.m}$. O cobrimento útil da armadura também vale 3,5 de modo que o limite de abertura de fissuras pode ser elevado para 2,5. Sabe-se que $\phi = 25 \text{ mm}$, $\eta_b = 1,5$, $f_{tk} = 1,8 \text{ MPa}$, $E_s = 210000 \text{ MPa}$ e $A_s = 55,2 \text{ cm}^2$. A taxa geométrica de armadura vale:



Empregando as expressões deduzidas para cálculo da posição da linha neutra em seções retangulares, com armaduras de tração e compressão, e sabendo que $A_s = A_s^- = 55,2 \text{ cm}^2$, $A_s^+ = A_s^+ = 0$, $n \approx 7,5$, $b_w = 60 \text{ cm}$ e $d = 165 \text{ cm}$, obtêm-se $x = 41,31 \text{ cm}$ e $J = 0,0774 \text{ m}^4$, o que resulta numa tensão na armadura tracionada igual a 189 MPa. Substituindo esses valores nas expressões da NBR-6118 para verificação do estado limite de fissuração obtêm-se:



Observa-se que na seção 0 também está satisfeito o estado limite de fissuração.

Esse procedimento deve ser repetido para todas as seções (momentos positivo e negativo). Se em alguma seção o estado limite de fissuração não for satisfeito, pode-se diminuir o diâmetro da armadura ou aumentar a quantidade de barras, ou mesmo tomar ambas as atitudes, até ser atendido o limite de abertura de fissuras. O leitor poderá verificar que nas demais seções da ponte a área de aço de flexão, já afetada pelo efeito de fadiga, é suficiente para garantir fissuras com abertura inferior a 0,2 mm.

2.4.4.4 Detalhamento da armadura de flexão das longarinas

O dimensionamento das armaduras das seções é completado por um plano de distribuição das barras ao longo do tramo, garantindo, assim, a resistência de todas as seções do tramo.

2.4.4.4.1 Envoltórias de armação

Quando do dimensionamento à flexão foram determinadas, em cada seção de cálculo, as áreas das armaduras positiva e negativa. A partir dessas áreas, podem ser traçadas, em cada tramo, duas envoltórias de armação (Figura 2.14). A primeira envoltória é obtida traçando-se a envoltória simples de armação, obtida diretamente do

dimensionamento (Tabela 2.6), e a esta adicionando o deslocamento horizontal destinado a cobrir as solicitações de tração do banzo inferior da treliça empregada no cálculo da armadura transversal (decalagem).

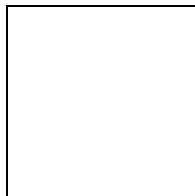
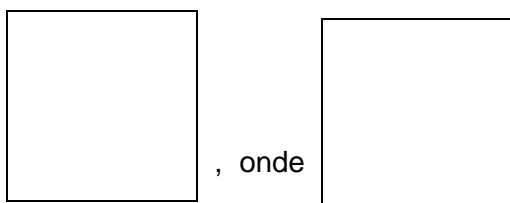


Figura 2.14 - Envoltórias de armadura de uma longarina.

O deslocamento horizontal (a_e), ou decalagem, no caso de estribos verticais é dado por:



Não há, entretanto, necessidade de calcular um valor de a_e para cada seção, podendo-se tomar um valor constante para cada tramo ou trecho da viga. A escolha da

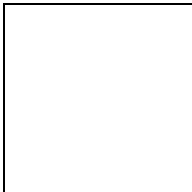
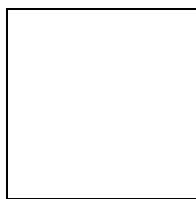
relação  pode ser feita com os valores da Tabela 2.8.

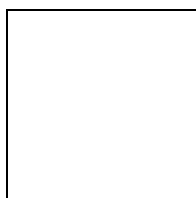
Tabela 2.8 - Valores simplificados da relação  segundo a NBR-6118.

Tipo de armadura transversal	Valor de η		
	$\leq 0,6$	0,6 a 0,8	$\geq 0,8$
estribos verticais	1,00	0,75	0,50
estribos inclinados a 45°	0,75	0,50	0,25

A seguir é apresentado o cálculo de a_e para o tramo de 20 m. O esforço cortante de cálculo junto ao apoio deste tramo vale:



Logo:



Procedendo do modo semelhante pode-se calcular o valor de a_i para os outros tramos, incluindo o balanço.

A segunda envoltória é obtida pelo aumento da área de aço, em cada seção, de forma a limitar a variação de tensão nas armaduras (envoltória com fadiga - Tabela 2.7). A envoltória final de armação é definida pela situação mais desfavorável em cada seção - ou seja, é definida pelo contorno externo da superposição dessas duas envoltórias - uma vez que os efeitos de fadiga e de deslocamento lateral não se somam (trata-se de fenômenos físicos independentes). Essa envoltória define os pontos a partir dos quais as barras de armação devem ser ancoradas.

Vale ressaltar que as barras de aço fornecidas comercialmente têm comprimento entre 10 m e 12 m e toda vez que houver necessidade de barras maiores será necessário a execução de emendas nas armaduras. Os tipos de emendas que se empregam normalmente são: emendas por traspasse, emendas por solda, emendas por luvas rosqueadas. As emendas por traspasse são as de execução mais corriqueira por

não exigirem mão-de-obra qualificada e, por isso, são empregadas no detalhamento da armadura de flexão da ponte em estudo.

Além da distribuição das barras da armadura ao longo dos vãos da longarina (distribuição longitudinal), é necessário também definir a distribuição dessas barras na seção transversal. Normalmente são escolhidas as seções do meio dos vãos e sobre os apoios por serem as seções que possuem o maior número de barras. A colocação das barras na alma obedece a diversos requisitos construtivos:

- a) cobertura mínimo da armadura de modo a garantir proteção mecânica e química do aço;
- a) espaçamentos entre barras, nas direções horizontal e vertical;
- a) distribuição das barras de maneira a permitir a entrada do concreto e do vibrador até as camadas inferiores.

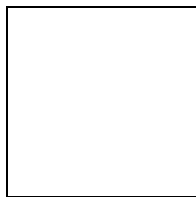
Para o cobrimento da armadura (estribo), admitindo um meio ambiente pouco agressivo, pode-se adotar 2,5 cm, o qual deverá ser garantido por espaçadores de concreto ou plástico.

O espaçamento entre barras da armadura em uma camada horizontal é determinado pelas seguintes condições (NBR-6118):

- a) 1,2 vezes o diâmetro máximo do agregado;
- a) diâmetro da barra;
- a) espaçamento mínimo construtivo de 2 cm.

Admitindo um agregado com diâmetro máximo de 20 mm e barras com diâmetro (ϕ) de 25 mm, conclui-se que o espaçamento horizontal mínimo (e_{min}) entre as barras deve ser de 2,5 cm. Admitindo ainda estribos com diâmetro (ϕ_e) de 10 mm, verifica-se que numa largura de 40 cm é possível colocar no máximo 6 barras, ou seja:





2.4.4.4.2 Emendas por traspasse

As emendas por traspasse, não utilizadas para barras com diâmetro superior a 25 mm e explicitamente proibidas em tirantes, têm como idéia básica transferir o esforço de uma barra para a outra através da ancoragem de ambas com o concreto, ou seja, tudo se passa como se uma das barras ancorasse no concreto e este, também por aderência, transferisse à outra barra o esforço que recebeu. Dessa forma, o comprimento l_v dos trechos de traspasse é definido pelo produto do comprimento de ancoragem da barra (l_b) por um coeficiente $\psi \geq 1$ (Tabela 2.9) que leva em consideração o número de barras ancoradas na mesma seção e avalia a redução da tensão de aderência devido ao grande número de barras emendadas próximas umas das outras.

Tabela 2.9 - Valores do coeficiente ψ para emendas por traspasse

a	b	Porcentagem de barras tracionadas emendadas na mesma seção				
		20%	25%	33%	50%	> 50%
$a \leq 10 \phi$ e/ou $b \leq 5 \phi$		1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$a > 10 \phi$ e $b > 5 \phi$		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4

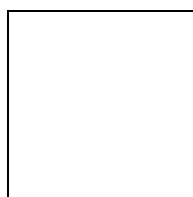
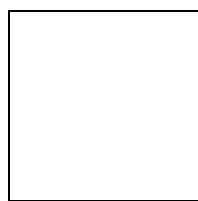
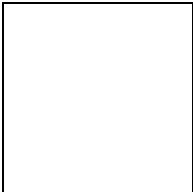


Figura 2.15 - Distribuição das emendas por traspasse em corte ou em planta para determinação do coeficiente ψ .

O comprimento de ancoragem retilíneo de uma barra (sem gancho) é avaliado por:



sendo:  (τ_{bu} e f_{cd} em MPa)

a) Disposições complementares

- a.1) Considera-se como emendadas na mesma seção as barras cujas extremidades mais próximas estejam afastadas entre si de distância inferior a $0,2 \cdot \ell_v$, ou seja, é de boa técnica que, no sentido longitudinal da peça, se observe, para as barras tracionadas emendadas, um detalhe como o indicado na Figura 2.16.

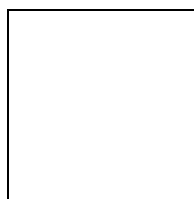


Figura 2.16 - Distância mínima entre emendas por traspasse na direção longitudinal.

- a.2) Para garantir uma boa aderência, exige-se que a espessura do concreto em torno da emenda seja, no mínimo, igual a 2ϕ ou a 2 cm (Figura 2.17). Dessa forma, na região de traspasse os espaçamentos mínimos horizontal e vertical são os mesmos exigidos para feixes de barras.

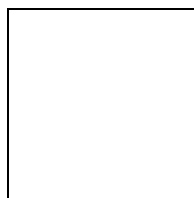


Figura 2.17 - Espaçamento mínimo entre emendas por traspasse.

- a.3) As barras comprimidas podem ser todas emendadas na mesma seção com comprimento $\ell_v = \ell_b$.

- a.4) Para que duas barras sejam consideradas emendadas por traspasse, a distância entre elas deve ser no máximo igual a 4ϕ (Figura 2.18).

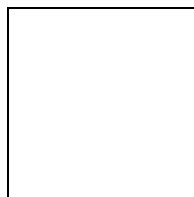


Figura 2.18 - Distância máxima entre duas barras adjacentes numa emenda por traspasse.

2.4.4.4.3 Detalhamento do tramo 0 - 10

A seguir é exemplificado o detalhamento do tramo 0 – 10 que possui a maior quantidade de armadura positiva à flexão. Como esse tramo possui um comprimento de 18 m, não é possível cobrir toda a envoltória de armação (Figura 2.14) sem a execução de emendas em algumas barras. A área de aço requerida na seção 4 é de $98,3 \text{ cm}^2$ (incluindo o efeito da fadiga) a qual é garantida se forem empregadas 22 barras com diâmetro de 25 mm ($A_s = 4,91 \text{ cm}^2$). Dessa forma, a área de aço efetiva na seção é de $A_{s,ef} = 22 \times 4,91 = 108 \text{ cm}^2$. Vale ressaltar que apenas 21 barras seriam suficientes nessa seção ($A_{s,ef} = 103,1 \text{ cm}^2$). Entretanto, optou-se por adotar um número par de barras de forma a facilitar o detalhamento das barras ao longo do vão.

Definida a quantidade de barras que serão empregadas no detalhamento, pode-se dividir a envoltória final de armação por uma série de linhas, conforme mostrado na Figura 2.19, cuja distância entre si equivalem à área de n barras. O valor de n é definido pelo projetista quando do detalhamento da viga. Contudo, se ele for pequeno existirá um número elevado de posições de corte, o que dificultará a execução da viga. Porém, se for grande haverá um desperdício de barras devido às exigências de ancoragem para as barras. Neste projeto o autor optou por $n = 2$.

Os pontos de interseção da envoltória de armação com o feixe de linhas definido anteriormente indicam, exatamente, em que seção pode-se ir retirando de trabalho as barras da armação, ancorando-as por ancoragem reta.

O próximo passo é determinar o comprimento de ancoragem (reta) para as barras da armação de flexão. Por definição, o comprimento de ancoragem, por aderência, de uma barra é o comprimento mínimo necessário para que a mesma transmita ao concreto

sua força de cálculo Z_d , não despertando tensões médias de aderência superiores à correspondente tensão limite τ_{bu} (de cálculo), a qual pode ser avaliada por:

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{\tau_{bu}}$$

Em regiões de boa aderência, situação típica da armadura de flexão positiva, e para barras de alta aderência, caso do CA-50, o valor de τ_{bu} é avaliado por:

$$\tau_{bu} = 0,4177 \sqrt[3]{f_{cd}^2} = 0,4177 \sqrt[3]{\left(\frac{18}{1,5}\right)^2} = 2,19 \text{ MPa}$$

Logo:

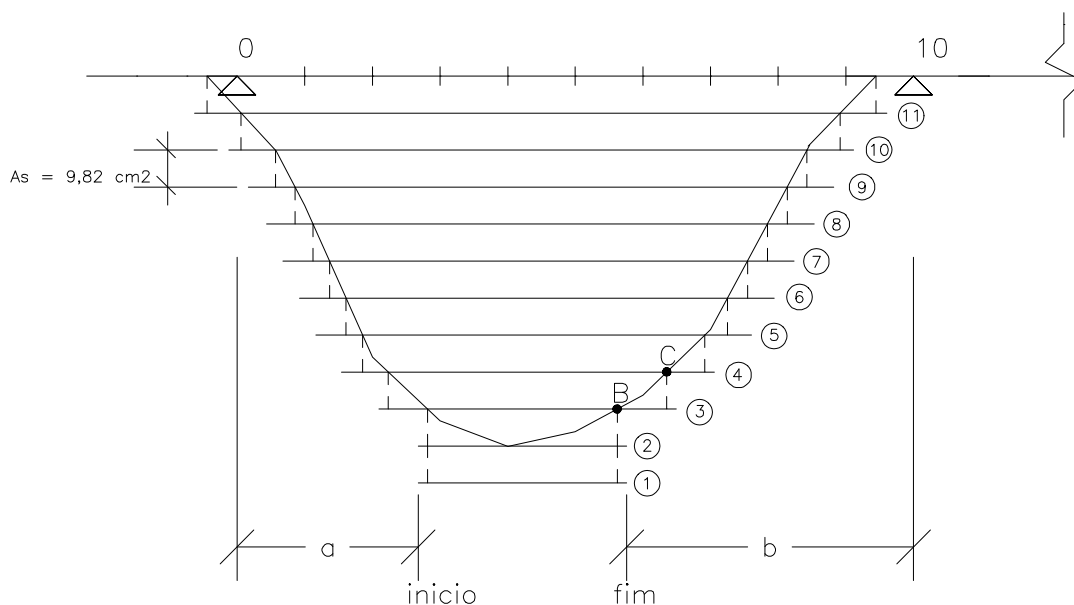
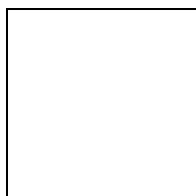


Figura 2.19 - Disposição da armadura de flexão (positiva) no tramo 0 - 10.

Desta forma, pode-se começar a retirar de serviço 2 barras da armadura de flexão a partir do ponto B da Figura 2.19, por exemplo, ancorando-a desta seção em diante (a barra começa com tensão de cálculo f_{yd} em B, caindo a zero em C). No caso de ancoragem reta, a mesma deverá ter um comprimento tal que ultrapasse (pelo menos

deve atingir) a seção C, já que o esforço só será nulo, na barra em questão, ao se ultrapassar esta seção; por margem de segurança, a NBR-6118 prescreve que se deve ultrapassar em, pelo menos, 10ϕ (ϕ é o diâmetro da barra que se está ancorando) a seção C, para a barra reta que começou sua ancoragem em B. Procedendo dessa forma para todas as barras no tramo 0 – 10, são determinadas os comprimentos e as posições de início e fim das demais barras (a e b para a posição 1 na Figura 2.19).

Até a posição 5 as barras têm comprimento inferior a 11,5 m, não sendo portanto necessário emendas. A partir da posição 6, contudo, é necessário a emenda de barras para cobrir a envoltória de armação. Adotando emendas por traspasse, torna-se necessário definir o número de barras que serão emendadas na mesma seção para em seguida calcular o comprimento do traspasse. Arbitrando um máximo de 4 barras emendadas numa mesma seção, chega-se a uma porcentagem máxima de 18% ($\frac{4}{22} \times 100$) de barras emendadas. Dessa forma, o comprimento do traspasse vale:



O valor de Ψ foi obtido da Tabela 2.9 com porcentagem de barras tracionadas igual a 20% e $b < 5\phi$.

Necessita-se, a seguir, definir em quantas camadas horizontais será disposta a armação. Se não houvesse emenda por traspasse na armadura, poderiam ser dispostas 6 barras por camada, como já calculado. Contudo, devido às emendas, o número de barras por camada deve ser menor. Levando-se em conta a Figura 2.17, vê-se que, se uma barra vai ser emendada, a distância livre mínima, fora da região emendada, da referida barra até sua vizinha deve ser igual ao maior dos dois valores: 3ϕ ou $\phi + 2$ cm. Dessa forma, conclui-se que o número máximo de barras emendadas numa mesma camada é igual a 4, a partir do esquema da Figura 2.20. Senão vejamos:

Para 4 barras numa camada, têm-se:

$$b_w \geq 2(c + \phi_e) + 4\phi + 3 \times 3\phi$$

adotando $\phi_e = 10$ mm e $c = 2,5$ cm, têm-se:

$$b_w \geq 2(2,5 + 1) + 4 \times 2,5 + 3 \times 3 \times 2,5 = 39,5 \text{ cm} \cong 40 \text{ cm}$$

De posse dessas informações, procede-se à definição da posição das emendas (ver Figura 2.22) respeitando os limites de no máximo 4 barras emendadas numa mesma seção e distância de $0,2 \times 150 = 30 \text{ cm}$ entre as emendas na direção longitudinal. Vale também lembrar que a NBR-6118 recomenda que 25% da armadura no meio do vão seja prolongada até os apoios, aí penetrando pelo menos 10ϕ . Sendo assim, as barras das posições 9,10 e 11 – num total de 6 barras, o que corresponde a 27% do total de barras – foram prolongadas até os apoios. Na Figura 2.22 também é mostrado um detalhe da disposição das barras na seção transversal do meio do vão. Observa-se que as barras mais curtas (sem emendas) são colocadas nas camadas superiores de forma que, quando retiradas de serviço, o centro de gravidade das armaduras tende a se aproximar da fibra mais tracionada, aumentando assim a altura útil da viga.

Para o detalhamento do tramo 10 – 20 segue-se o mesmo procedimento empregado no detalhamento do tramo 0 – 10.

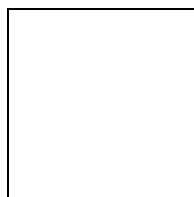


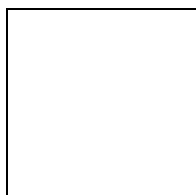
Figura 2.20 - Determinação do número de barras emendadas por camada.

2.4.4.4.4 Detalhamento da armadura negativa sobre o eixo 2

Para o detalhamento da armadura negativa o procedimento é o mesmo apresentado no detalhamento da armadura positiva (tramo 0 – 10). Algumas diferenças são o maior espaço para distribuição das barras de aço na seção transversal, que podem ser colocadas na laje do tabuleiro, e o maior comprimento da emenda por traspasse devido às barras estarem situadas em região de má aderência.

Na seção 10, situada sobre o eixo 2, a área de aço necessária para resistir aos momentos fletores, já computado o efeito da fadiga e também verificado o estado limite de abertura de fissuras, é de $96,7 \text{ cm}^2$. Essa área pode ser garantida se forem empregadas 20 barras com diâmetro de 25 mm ($A_{s,ef} = 98,2 \text{ cm}^2$). Em seguida, divide-se a envoltória final de armação sobre o eixo 2 por uma série de linhas, tomando-se como base a área de aço na seção 10 e escolhendo-se o número de posições de corte da

armadura (Figura 2.21). Os pontos de interseção da envoltória com essas linhas indicam, exatamente, em que posição pode-se retirar de trabalho as barras da armação, as quais podem ser ancoradas por aderência através de um trecho retilíneo. Nesse caso, como as barras estão localizadas numa região de má aderência, a NBR-6118 recomenda que o comprimento de ancoragem seja 50% superior ao comprimento de ancoragem calculado para a região de boa aderência. Dessa forma, têm-se:



Até a posição 6 (Figura 2.21) as barras têm comprimento inferior a 11,5 m, não sendo, portanto, necessário emendas. A partir da posição 7 torna-se necessário a execução de emendas para cobrir a envoltória de armação. Arbitrando que no máximo 4 barras serão emendadas numa mesma seção, chega-se a uma porcentagem máxima de 20% de barras emendadas. Dessa forma, o comprimento de traspasse vale:

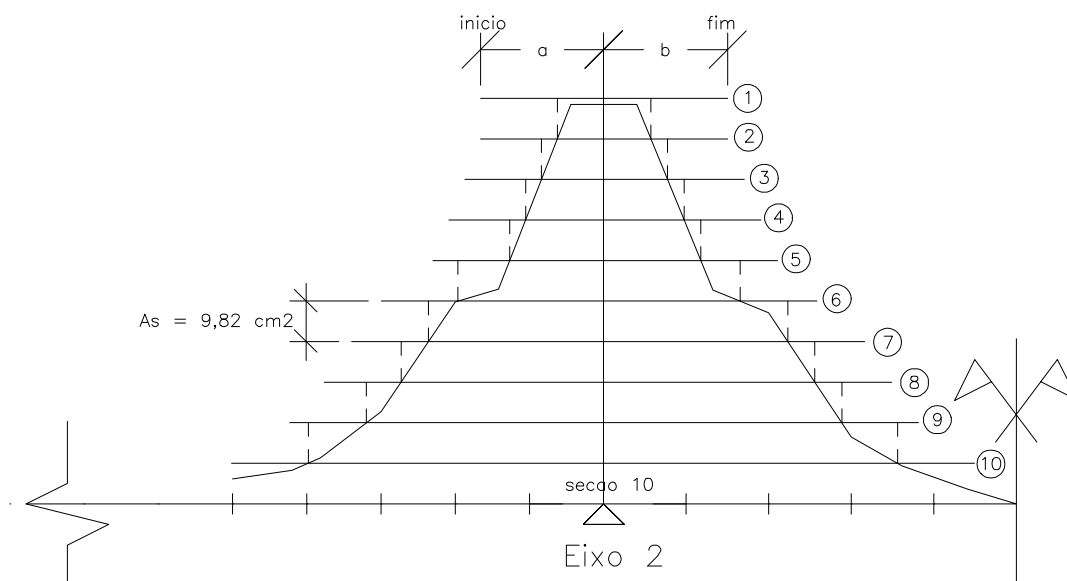
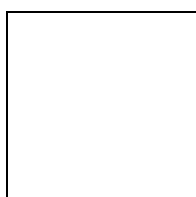


Figura 2.21 - Disposição da armadura de flexão (negativa) sobre o eixo 2.

A seguir é definido o número de camadas horizontais em que a armação é disposta. Para tanto, é necessário conhecer a largura da longarina que abrigará as barras da armação. No apoio a largura é de 60 cm a qual decresce até 40 cm numa extensão de 6 m em um vão e 6,5 m no vão adjacente. Em função dessa variação, as posições de barras que forem maiores que 12,5 m necessariamente estarão situadas na região com 40 cm de largura. Além disso, essas barras também sofrerão emendas por traspasse, o que limita o número de barras por camada nessa região a apenas 4, conforme calculado para a seção 4. As barras de maior comprimento serão colocadas na alma da longarina, enquanto as menores serão colocadas na laje do tabuleiro de modo a reduzir a distância do centro de gravidade da armação ao bordo mais tracionado e diminuir a concentração de barras na alma da longarina, o que facilita a concretagem da região.

De posse dessas informações, a última etapa consiste em definir: a posição das emendas, respeitando o limite de no máximo 4 barras emendadas numa mesma seção e distância de $0,2 \times 225 = 45$ cm entre emendas na direção longitudinal, o comprimento de cada barra e sua posição na direção longitudinal (início e fim de cada posição de corte com relação ao eixo do apoio 2). Na Figura 2.22 são mostrados o detalhamento longitudinal da armadura de flexão negativa e a distribuição das barras na seção transversal sobre o eixo 2 (seção 10).

Para o detalhamento da armadura negativa sobre o eixo 1 segue-se o mesmo procedimento aqui empregado.

2.4.4.5 Dimensionamento ao esforço cortante

A armadura transversal em uma viga, quando constituída apenas por estribos verticais, pode ser avaliada, de acordo com a analogia de treliça de Mörsch, por:

$$\frac{A_{s90}}{s} = \frac{1,15 \eta \tau_{wd} b_w}{f_{yd}}$$

$$\text{sendo: } \tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w d}, \quad \eta = \frac{1,15 \tau_{wd} - \tau_c}{1,15 \tau_{wd}}, \quad \tau_c = \Psi_1 \sqrt{f_{ck}}$$

O coeficiente η pode ser adotado como constante nos trechos onde o esforço cortante mantém o mesmo sinal, sendo calculado para o maior esforço cortante, em módulo, nesse trecho. Para τ_c é adotado um valor constante e igual a:

$$\tau_c = \Psi_1 \sqrt{f_{ck}} = 0,076 \sqrt{18} = 0,322 \text{ MPa}$$

O esforço cortante de cálculo é obtido da combinação última de ações através da expressão (ver Tabela 2.1 e Tabela 2.3):

$$V_d = \gamma_g V_g + \gamma_q V_q \quad , \quad \begin{cases} \gamma_g = 1,3 \\ \gamma_q = 1,4 \end{cases}$$

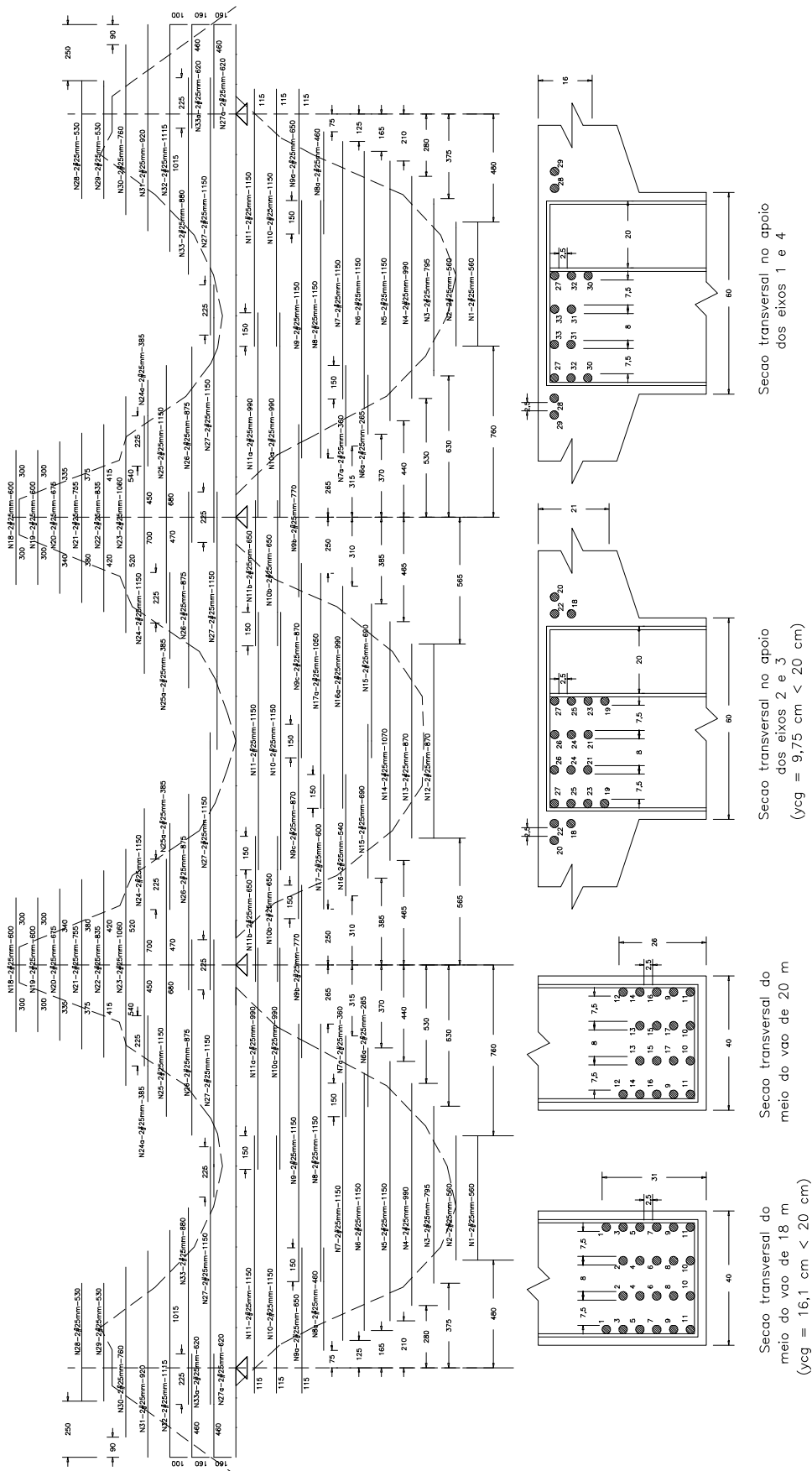


Figura 2.22 - Armadura de flexão da longarina da ponte sobre o ria Pau Seco

Na Tabela 2.10 são mostrados os principais valores para cálculo da armadura transversal e a área de aço obtida.

Tabela 2.10 - Armadura transversal em uma longarina.

Seção	a	b	0 _{esq}	0 _{dir}	1	2	3	4	5	6
$ V_d $ (kN)	862	986	1377	1587	1308	1004	744	475	576	827
b_w (cm)	48	54	60		54	48	42	40	40	40
τ_{wd} (MPa)	1,12	1,14	1,43	1,65	1,51	1,31	1,11	0,74	0,90	1,29
η	0,8	0,8	0,8	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,86	0,86
A_{s90} (cm ² /m)	11,4	13,0	18,2	21,7	17,9	13,8	10,2	6,5	8,2	11,7
Seção	7	8	9	10 _{esq}	10 _{dir}	11	12	13	14	15
$ V_d $ (kN)	1100	1353	1633	1878	1875	1595	1280	998	698	428
b_w (cm)	42	48	54	60		53	47	41	40	40
τ_{wd} (MPa)	1,64	1,76	1,89	1,96	1,95	1,88	1,70	1,52	1,09	0,67
η	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86
A_{s90} (cm ² /m)	15,7	19,2	23,2	26,8	26,6	22,7	18,2	14,2	9,9	6,1

Obs.: $d = 1,60$ m; $f_y = 500$ MPa; $\gamma_s = 1,15$

A máxima compressão admissível nas bielas, devido ao esforço cortante, vale, segundo a NBR-6118:

$$\tau_{wu} = 0,25 f_{cd} = 0,25 \times \frac{18}{1,5} = 3 \text{ MPa}$$

Como todos os valores de τ_{wd} da Tabela 2.10 são inferiores à τ_{wu} , não há problema de esmagamento do concreto nas bielas. Sendo assim, não há necessidade de aumento da largura da viga para resistir ao esforço cortante.

A armadura transversal mínima, segundo a NBR-6118, vale:

$$A_{sw,min} = 0,14\% \cdot b_w, \text{ para o CA-50}$$

$$\text{- Para } b_w = 40 \text{ cm} \Rightarrow A_{sw,min} = 0,14\% \times 40 \times 100 = 5,6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{- Para } b_w = 60 \text{ cm} \Rightarrow A_{sw,min} = 0,14\% \times 60 \times 100 = 8,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2.4.4.6 Fadiga da armadura transversal

Nas armaduras transversais também há necessidade de verificar a variação de tensão para as cargas em serviço. Nos estribos verticais, as tensões nas armaduras variam entre 0 e uma tensão máxima de tração, mesmo quando há inversão do sinal do esforço cortante. A variação de tensão pode ser calculada então por:

- Havendo inversão de sinal do esforço cortante na seção:

$$\Delta\sigma_{sw} = \sigma_{s,max} - 0 = 1,15 \frac{|V_{g+q}|_{max} - \tau_c \cdot b_w \cdot d}{A_{sw} \cdot d}$$

- Não havendo inversão de sinal do esforço cortante na seção:

$$\Delta\sigma_{sw} = \sigma_{s,max} - \sigma_{s,min} = 1,15 \frac{|V_{g+q}|_{max} - \tau_c \cdot b_w \cdot d}{A_{sw} \cdot d} \times \frac{|V_{g+q}|_{max} - |V_{g+q}|_{min}}{|V_{g+q}|_{max}}$$

A variação de tensão nos estribos deve ser inferior a Δ_{fsd} que, segundo a NBR-7187, vale:

$$\Delta_{fsd} = \frac{\Delta_{fsk}}{\gamma_{fat}}, \text{ com } \gamma_{fat} = 1,5 \text{ e } \Delta_{fsk} = 150 \text{ MPa (barras de alta aderência)}$$

No caso dos estribos, devido à sua forte curvatura nos cantos, a tensão Δ_{fsk} deve ser reduzida pela aplicação do seguinte coeficiente:

$$f = 1 - 1,5 \frac{\phi}{r}, \text{ sendo } r \text{ o raio de curvatura.}$$

Adotando para os estribos o raio de curvatura mínimo da NBR-6118 ($r_{min} = 2,5\phi$ para $\phi \leq 20 \text{ mm}$), tem-se:

$$f = 1 - 1,5 \frac{\phi}{2,5 \phi} \Rightarrow f = 0,4$$

Logo, a variação de tensão nos estribos deve ser inferior a:

$$\Delta_{fsd} = 0,4 \times \frac{150}{1,5} = 40 \text{ MPa}$$

Como exemplo, é calculada a variação de tensão na seção 10^d, cujos esforços em serviço são:

$$V_g = 611 \text{ kN}$$

$$V_q^+ = 772 \text{ kN}$$

$$V_q^- = -89 \text{ kN}$$

Os esforços finais em serviço, segundo a combinação freqüente de ações, valem:

$$V_{g+q}^+ = V_g + 0,4 V_q^+ = 920 \text{ kN}$$

$$V_{g+q}^- = V_g + 0,4 V_q^- = 575 \text{ kN}$$

Como não há inversão do sinal do esforço cortante nessa seção, a variação de tensão no estribo vale ($\tau_c = 0,322 \text{ MPa} = 322 \text{ kN/m}^2$; $b_w = 0,6 \text{ m}$; $d = 1,6 \text{ m}$; $A_{sw} = 26,6 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m}$):

$$\Delta\sigma_{sw} = 1,15 \frac{V_{g+q}^+ - \tau_c \cdot b_w \cdot d}{A_{sw} \cdot d} \times \frac{V_{g+q}^+ - V_{g+q}^-}{V_{g+q}^+} = 61900 \text{ kN/m}^2 = 61,9 \text{ MPa}$$

Como $\Delta\sigma_{sw} > \Delta\sigma_{fsd}$, deve-se aumentar a área de aço da armadura transversal, de forma a diminuir a variação de tensão, multiplicando-a pelo coeficiente de fadiga K_{sw} , ou seja:

$$K_{sw} = \frac{\Delta\sigma_{sw}}{\Delta\sigma_{fsd}} = \frac{61,9}{40} = 1,55$$

A antiga EB3/67 também apresentava uma forma simplificada para avaliação da fadiga na armadura transversal. A variação de tensão na armadura era considerada abaixo dos valores admissíveis quando a área da mesma era multiplicada por:

$$K_{sw} = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \cdot \frac{\sigma_s}{\sigma_1} \geq 1 \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_1 = 280 \text{ MPa} \\ \sigma_s = \text{tensão na armadura} \end{array} \right\}$$

V_1 e V_2 são os valores algébricos dos esforços cortantes de maior e menor valor absoluto, respectivamente, que ocorrem na seção transversal estudada. Quando houver alternância de esforços, tomar-se-á nessa expressão $V_2 = 0$.

Analisando a seção 10^d por essa expressão e tomando para V_1 e V_2 os valores obtidos da envoltória de esforços cortantes em serviço (Tabela 2.5), obtêm-se:

$$K_{sw} = \frac{1383 - 522}{1383} \times \frac{500}{280} = 1,11$$

Observa-se que este valor é 28% inferior ao anteriormente obtido. Há grandes divergências entre os valores do coeficiente de fadiga recomendados pelas diversas normas, uma vez que o fenômeno da fadiga ainda não foi completamente esclarecido. No projeto da ponte sobre o rio Pau Seco o autor optou por avaliar o coeficiente de fadiga da armadura transversal segundo a EB3/67 para manter a coerência com a avaliação da fadiga das armaduras longitudinais. O leitor, quando da realização de seus projetos, tem a liberdade de escolher qual critério empregar. Na Tabela 2.11 são apresentados os coeficientes de fadiga e as áreas de aço da armadura transversal.

Tabela 2.11 - Armadura transversal com fadiga.

Seção	a	b	0 _{esq}	0 _{dir}	1	2	3	4	5	6
K_{sw}	1,21	1,08	1,16	1,15	1,18	1,44	1,79	1,79	1,79	1,79
A_{sw} (cm ² /m)	13,8	14,0	21,1	25,0	21,1	19,9	18,3	11,6	14,7	20,9
Espaçamento (cm)	22,5	2,5	15,0	12,5	15,0	15,0	17,5	27,5	20,0	15,0
Seção	7	8	9	10 _{esq}	10 _{dir}	11	12	13	14	15
K_{sw}	1,47	1,33	1,21	1,15	1,11	1,17	1,29	1,57	1,79	1,79
A_{sw} (cm ² /m)	23,1	25,5	28,1	30,8	29,5	26,6	23,5	22,3	17,7	10,9
Espaçamento (cm)	12,5	12,5	10,0	10,0	10,0	10,0	12,5	12,5	17,5	27,5

Obs: foram adotados 2 estribos de 10 mm (estribos duplos), num total de 4 pernas ($A_s = 4 \times 0,785 = 3,14 \text{ cm}^2$)

O detalhamento final dos estribos é feito levando-se em conta algumas recomendações:

- a) O espaçamento máximo entre os estribos deve ser inferior à metade da altura útil da viga (0,5d), não podendo ultrapassar 30 cm;
- a) Os estribos de vigas de pontes devem ser fechados, conferindo à seção uma certa resistência à torção;
- a) O diâmetro dos estribos deve ser suficiente para dar rigidez aos mesmos, evitando-se o emprego de andaimes para sustentá-los. Os estribos usados

nas pontes de concreto armado variam de 10 mm a 20 mm, em função da solicitação.

As armaduras transversais, além de sua função principal de resistir aos esforços de tração produzidos pelo cisalhamento, são também utilizadas para absorver esforços muitas vezes não considerados nos cálculos, tais como:

- a) Momentos fletores transversais transmitidos pela laje do tabuleiro à alma da viga;
- a) Esforços decorrentes de diferenças de temperatura entre as faces da alma da viga, ou entre esta e a laje do tabuleiro.

Para atender a essas recomendações, o DNER recomenda, para o tipo de ponte em estudo, uma armadura construtiva mínima formada por estribos simples de 10 mm (CA-50) espaçados de 15 cm, o que fornece $A_{sw,min} = 10,5 \text{ cm}^2//\text{m}$. Comparando-se esse valor com a área de aço da Tabela 2.11, conclui-se que a recomendação de armadura mínima está satisfeita em todas as seções.

Antes de finalizar, vale ressaltar que, segundo a NBR-6118, nos trechos da viga adjacentes aos apoios, de comprimento igual à altura útil da viga (d), o dimensionamento dos estribos poderia ter sido realizado com o esforço cortante calculado à distância d da face do apoio. Na Tabela 2.10, os estribos junto aos apoios foram calculados utilizando o valor do esforço no apoio teórico, o que representa uma certa folga.

Para finalizar, é mostrado na Figura 2.23 o espaçamento e o número de estribos duplos ao longo do comprimento da viga. Para tanto, a armadura calculada em cada seção, a partir dos apoios, foi estendida até a seção adjacente.

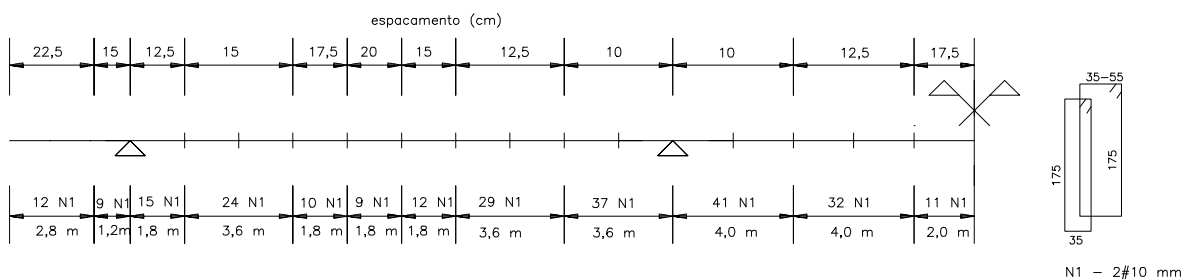


Figura 2.23 - Detalhe dos estribos da longarina.

2.5 Laje do tabuleiro

O tabuleiro das pontes em concreto é constituído por lajes ligadas de diversas maneiras aos demais elementos da superestrutura. Esses elementos, que servem de apoio para as lajes, são as longarinas, as transversinas e as vigas de fechamento. As dimensões e as condições de apoio das lajes são função da distribuição dos demais elementos da superestrutura. A forma mais comum para as lajes de ponte são aquelas em que uma dimensão é muito maior que a outra. Quanto às condições de apoio, as lajes podem ser apoiadas, em balanço ou com engastamento parcial. Na Figura 2.24 é ilustrada uma seção típica de ponte com duas vigas retas e laje em balanço.

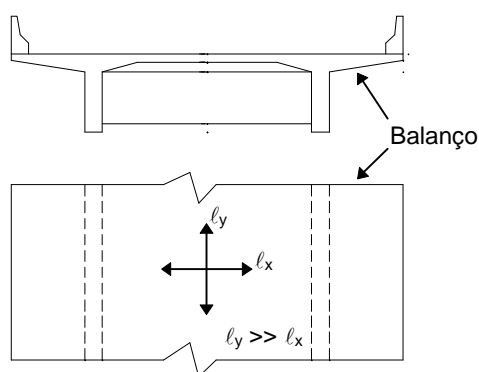


Figura 2.24 - Forma típica da laje do tabuleiro de pontes com duas vigas retas e transversinas desligadas.

Na Figura 2.24, a laje do tabuleiro pode ser dividida em três painéis: uma laje central, apoiada sobre as longarinas, e duas lajes em balanço nas extremidades. Esses painéis não podem ser considerados como funcionando isoladamente, uma vez que existe uma continuidade na direção transversal entre as lajes em balanço e a laje central. Essa continuidade, aliás, é essencial para o equilíbrio das lajes em balanço e pode ser levado em conta na prática com maior ou menor exatidão.

O dimensionamento das lajes pode ser feito por métodos elásticos ou métodos baseados nas linhas de ruptura (ou charneiras plásticas). Os métodos elásticos baseiam-se na teoria da elasticidade levando em consideração a forma de distribuição das cargas móveis sobre o tabuleiro. Os métodos baseados nas linhas de ruptura definem uma provável configuração de fissuras na laje e, a partir do equilíbrio estático do painel, fornecem os momentos fletores empregados no dimensionamento da laje. Atualmente tem sido empregados métodos discretos para avaliação dos esforços em lajes de pontes. Dentre esses métodos, destaca-se o método dos elementos finitos que, empregado com o auxílio de microcomputadores, agiliza os cálculos dos esforços além de fornecer uma

visão mais completa do comportamento do tabuleiro. Neste texto serão apresentados, apenas, alguns métodos elásticos para cálculo dos esforços em lajes de pontes. O leitor poderá obter maiores detalhes sobre outros métodos de cálculo em publicações específicas.

2.5.1 Procedimento das superfícies de influência

Nas pontes, as principais solicitações são provocadas pelas cargas concentradas das rodas dos veículos. Essas solicitações podem ser determinadas com auxílio de superfícies de influência, que constituem uma extensão do conceito de linha de influência para o espaço bidimensional da laje. A superfície de influência de uma solicitação S_m , na seção m , é uma superfície tridimensional em que a ordenada em um ponto qualquer (a) representa a solicitação S_m para uma força concentrada unitária aplicada no ponto a .

Na Figura 2.25 é apresentada uma vista isométrica de uma superfície de influência de momento fletor, na seção do meio do vão, de uma laje isotrópica retangular simplesmente apoiada nos quatro lados. Pela definição de superfície de influência, admitindo-se uma força concentrada P aplicada num ponto a da laje, o momento fletor no meio do vão vale $M = P.y_a$, onde y_a representa a ordenada da superfície de influência no ponto a . Nessa figura observa-se que as ordenadas tendem para o infinito quando o ponto a se aproxima da seção do meio do vão. Teoricamente, uma força concentrada, aplicada no meio do vão, produz nesta seção um momento infinitamente grande. Contudo, como a força se distribui em uma certa área (em geral se considera o espalhamento da força a 45° até o plano médio da laje), o momento é dado pela ordenada média da superfície nessa área, cujo valor pode ser calculado numericamente.

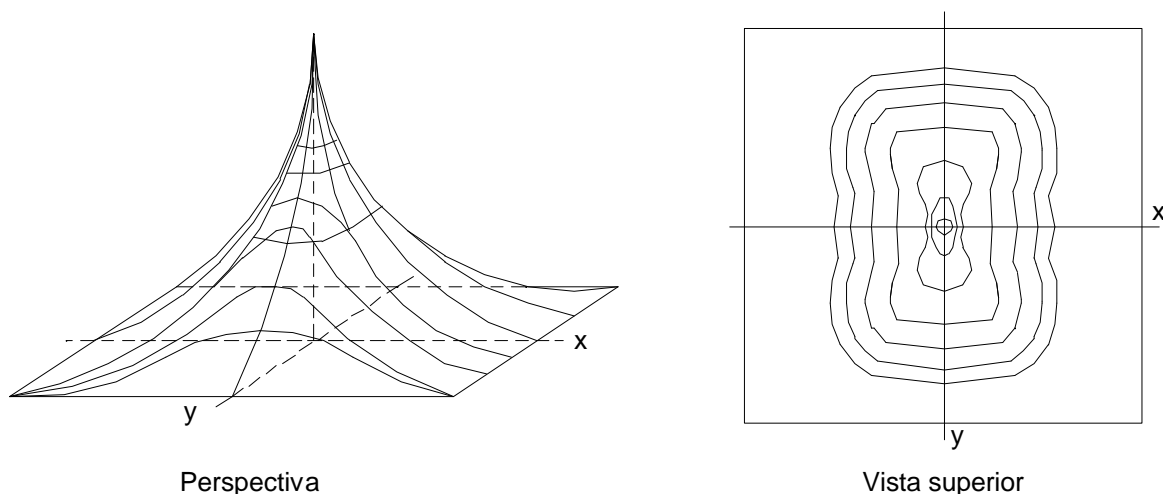


Figura 2.25 - Superfície de influência do momento fletor na seção do meio do vão de uma laje retangular apoiada nos quatro lados.

O emprego das superfícies de influência no cálculo dos momentos fletores e esforços cortantes num ponto da laje é semelhante ao das linhas de influência no cálculo das solicitações nas seções de uma viga. Devido ao caráter bidimensional da superfície de influência, pode-se ter a necessidade de calcular áreas ou volumes interceptados pelas linhas ou áreas de aplicação das forças (Figura 2.26). Pode-se ter na laje forças concentradas (P), forças distribuídas em linha (p) e forças distribuídas em áreas (q). O esforço numa determinada seção pode ser obtido por:

$$S = \sum V_i q_i + \sum A_i p_i + \sum \delta_i P_i$$

onde V_i e A_i são, respectivamente, os volumes e as áreas determinadas na superfície de influência pela projeção no plano da laje das áreas ou linhas de atuação das forças, e δ_i são as ordenadas dos pontos de atuação das forças concentradas.

2.5.2 Tabelas de Rüsçh

A aplicação do procedimento das superfícies de influência, embora simples e geral, envolve trabalho numérico de cálculo, devendo-se numa mesma laje pesquisar as solicitações em diversos pontos para poder convenientemente dimensioná-la. Entretanto, se o projetista dispor de programas computacionais que realizem esses cálculos, não há dificuldade em utilizar esse procedimento.

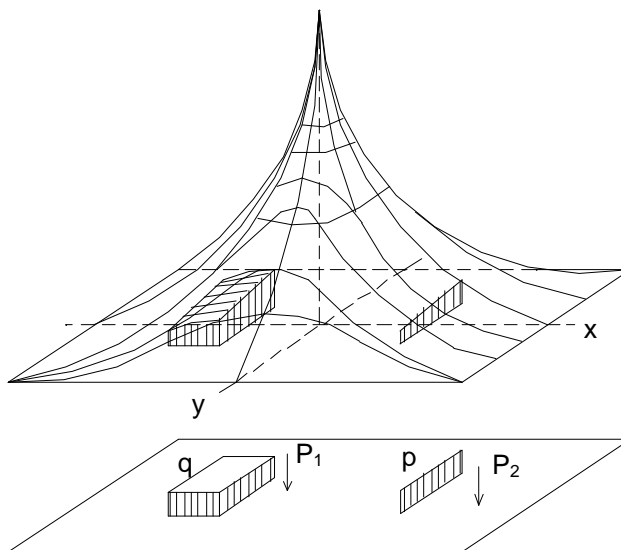


Figura 2.26 - Tipos de carregamento numa superfície de influência de laje.

Por outro lado, as cargas devidas ao tráfego são fixadas por regulamentos para as pontes usuais. À custa de trabalho sistemático, é possível, a partir das superfícies de influência ou outras soluções disponíveis, obter e tabelar resultados numéricos para os tipos mais correntes de lajes empregadas. Essas tabelas facilitam de forma significativa os cálculos manuais dos esforços nas lajes.

Uma das tabelas mais conhecida para o cálculo de esforços em lajes de pontes foi desenvolvida por H. Rüschi para o trem-tipo da norma alemã DIN-1072 (RÜSCH (1960)). As normas brasileiras de cargas rodoviárias adotaram carregamentos com a mesma geometria das cargas de cálculo das normas alemãs, de modo que as tabelas de Rüschi podem ser empregadas no dimensionamento de pontes no Brasil.

As tabelas de Rüschi permitem a determinação das solicitações nas lajes, mediante condições de apoio prefixadas, incluindo apoio simples, engaste perfeito ou bordo livre. Para os diversos tipos de apoios são apresentados diagramas de cobertura de momentos fletores para toda a superfície da laje a partir de máximos calculados no centro e nos bordos.

Na Tabela 2.12 é apresentado um extrato típico dos resultados tabelados por Rüschi referente a uma placa apoiada nos quatro lados ($l_y/l_x = 1$) para o caso do trem-tipo alemão da classe 30 t a 60 t. A distribuição de cargas, neste caso, é a mesma do trem-tipo da classe I da norma NBR-7188.

Tabela 2.12 - Tabela de Rüsç para momentos fletores em laje apoiada com tráfego na direção y ($l_y/l_x = 1$)

l_x/a	Veículo de 30 t a 60 t				Peso da roda igual a 1 t				Peso da multidão igual a 1 t/m ²			
	M_{xm}				M_{ym}				M_{xm}		M_{ym}	
	t / a				t / a				para qualquer valor de t / a			
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	p	p'	p	p'
L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	
0,5	0,120	0,085	0,056	0,044	0,108	0,077	0,047	0,041	-	-	-	0,01
1,0	0,185	0,140	0,094	0,076	0,178	0,133	0,087	0,075	-	0,02	-	0,04
1,5	0,255	0,205	0,158	0,120	0,242	0,197	0,151	0,120	-	0,04	-	0,10
2,0	0,350	0,300	0,230	0,200	0,313	0,273	0,226	0,197	-	0,20	-	0,18
2,5	0,429	0,384	0,315	0,271	0,382	0,346	0,303	0,264	-	0,24	-	0,32
3,0	0,50	0,460	0,390	0,344	0,450	0,416	0,373	0,332	-	0,40	0,01	0,55
4,0	0,63	0,59	0,53	0,475	0,58	0,55	0,50	0,453	0,14	0,90	0,05	1,15
5,0	0,75	0,71	0,65	0,60	0,71	0,67	0,63	0,56	0,36	1,66	0,17	2,10
6,0	0,83	0,81	0,75	0,69	0,80	0,77	0,71	0,65	0,70	2,70	0,34	3,32
7,0	0,90	0,88	0,82	0,76	0,86	0,84	0,78	0,72	1,08	3,90	0,56	4,75
8,0	0,95	0,93	0,88	0,82	0,91	0,89	0,84	0,77	1,53	5,50	0,75	6,50
9,0	0,99	0,97	0,92	0,87	0,96	0,94	0,89	0,82	1,98	7,20	0,99	8,25
10,0	1,02	1,00	0,95	0,90	0,99	0,97	0,93	0,86	2,15	9,65	1,27	10,91

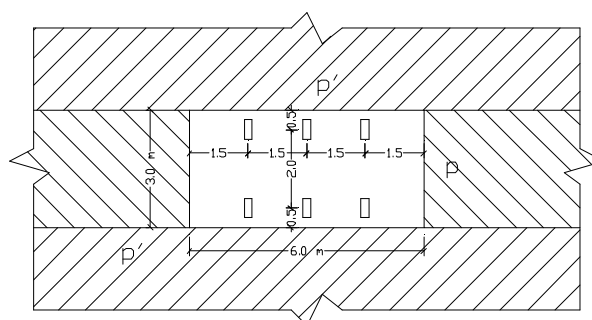


Figura 2.27 - Carga móvel da norma alemã DIN-1072 (classe 30 t a 60 t)

Nessa tabela são fornecidos os valores do momento fletor, M_{xm} e M_{ym} , no meio do vão da laje devido ao efeito das cargas das rodas do veículo ($P = 1$ t) e da sobrecarga uniformemente distribuída em volta do veículo ($p = p' = 1$ t/m²). A direção do tráfego é admitida, nessa tabela, na direção y, sendo a direção y adotada paralela ao maior vão da laje. O efeito global das cargas do trem-tipo é avaliado por:

$$M = \varphi (P \cdot M_L + p \cdot M_p + p' \cdot M_{p'})$$

onde M_L , M_p e $M_{p'}$ são os momentos fletores para $P = 1$ t e $p = p' = 1$ t/m², respectivamente, obtidos da tabela de Rüsç. Além disso, nessa expressão P é o peso

real de cada roda do veículo, p e p' são a sobrecarga de multidão em volta do veículo (esses valores são fornecidos pela NBR-7188 em função da classe da ponte) e φ é coeficiente de impacto.

Para entrada nas tabelas é necessário calcular os parâmetros $\frac{\ell_x}{a}$ e $\frac{t}{a}$, onde a é a distância entre as rodas do veículo na direção transversal, t é a largura de distribuição da pressão da roda (Figura 2.28) e ℓ_x é a menor dimensão em planta da laje.

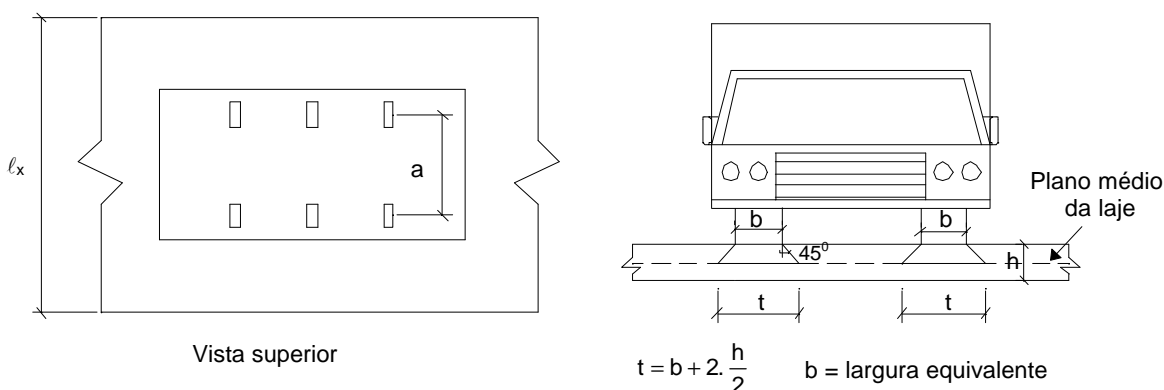


Figura 2.28 - Parâmetros de entrada nas tabelas de Rüsç.

De modo a melhor esclarecer o emprego das tabelas de Rüsç, é calculado os momentos fletores no meio do vão de uma laje apoiada nos quatro lados com $\ell_y = \ell_x = 7,5$ m e carregada com o veículo da classe 30 da NBR-7188. Neste caso, sabe-se que $P = 50$ kN, $q = 5$ kN/m², $a = 2,0$ m e a área de contato da roda é de 0,40 m x 0,20 m. Admitindo que a laje tenha 30 cm de espessura, o valor de t , necessário para entrada nas tabelas, vale:

$$b = \sqrt{0,40 \times 0,20} = 0,28 \text{ m}$$

$$t = 0,28 + 2 \times \frac{0,30}{2} = 0,58 \text{ m}$$

Logo, os parâmetros de entrada na tabela valem:

$$\frac{\ell_x}{a} = \frac{7,50}{2,0} = 3,75 \qquad \frac{t}{a} = \frac{0,58}{2,0} = 0,29$$

Utilizando a tabela de Rüsç anteriormente transcrita, obtêm-se:

- Para M_{x_m} : $M_L = 0,548$; $M_p = 0,105$; $M_{p'} = 0,775$

- Para M_{ym} : $M_L = 0,509$; $M_p = 0,04$; $M_{p'} = 1,00$

O coeficiente de impacto pode ser avaliado pela expressão da NBR-7187:

$$\varphi = 1,4 - 0,007 \cdot \ell \Rightarrow \varphi = 1,4 - 0,007 \times 7,5 = 1,348$$

Logo, os momentos no meio da laje devido à carga móvel valem:

$$M_{xm} = 1,348 \times (50 \times 0,548 + 5 \times 0,105 + 5 \times 0,775) = 42,87 \text{ kN.m / m}$$

$$M_{ym} = 1,348 \times (50 \times 0,509 + 5 \times 0,04 + 5 \times 1,00) = 41,32 \text{ kN.m / m}$$

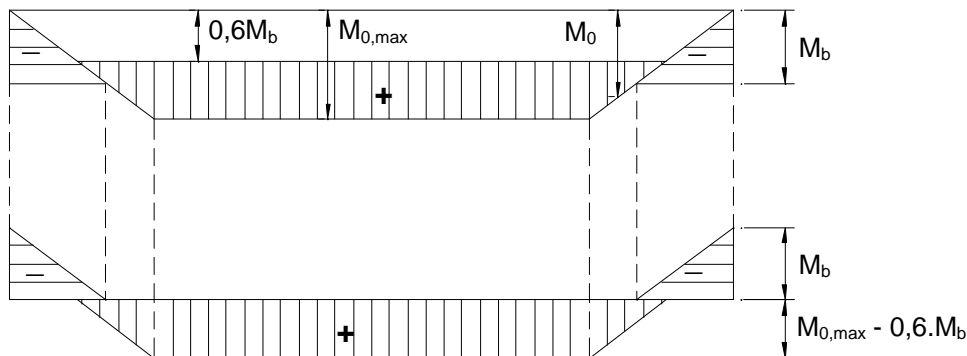
2.5.3 Consideração da continuidade das lajes

Para o emprego das tabelas de Rüsç na determinação das solicitações das lajes do tabuleiro de pontes, deve-se estabelecer condições de contorno ideais para os diversos painéis da laje. Esta escolha é, forçosamente, arbitrária dentro de certos limites. Existe ainda a necessidade de levar em conta a continuidade das lajes nos projetos, ao menos de forma aproximada, caso não se deseje fazer um cálculo rigoroso.

Um procedimento simplificado para avaliação da continuidade de lajes contínuas é apresentado pela NB2 (1961) para lajes apoiadas em vigas no contorno e com vãos iguais, ou em que o menor vão não seja inferior a 70% do maior vão. Esse procedimento faz uso de certa liberdade na distribuição dos momentos entre o apoio e o vão das lajes contínuas. Cada painel é calculado isoladamente como simplesmente apoiado no contorno. Para este fim, pode-se empregar qualquer dos métodos já mencionados, dos quais obtêm-se o momento máximo $M_{0,max}$ no meio do vão. Adota-se a seguir um valor (M_b) para o momento negativo no apoio que deverá estar compreendido entre $2/3$ e $1/3$ de $M_{0,max}$, sem ultrapassar $3/4$ do maior momento na direção perpendicular à do momento máximo. Nos trechos em que $M_0 < M_b$, adota-se para o dimensionamento momentos negativos avaliados por: $M = M_0 - M_b$. Nos trechos em que $M_0 > 0,6.M_b$, adota-se para o dimensionamento momentos positivos avaliados por: $M = M_0 - 0,6.M_b$. Na é ilustrada a forma do diagrama de cobrimento obtido.

Havendo placa ou balanço adjacente à placa considerada que obrigue a existência de armadura maior que a obtida para M_b , a NB2 (1961) recomenda que seja colocada armadura igual em todo o seu contorno, mas no cálculo dos momentos positivos não seja considerado valor de M_b maior que $2/3 M_{0,max}$.

Para lajes contínuas em uma só direção e que não se apoiem em vigas paralelas a essa direção, também se pode aplicar o cálculo aproximado da NB2, desde que o momento negativo na borda esteja compreendido entre 1/2 e 2/3 de $M_{0,max}$.



$$\frac{1}{3}M_{0,max} \leq M_b \leq \begin{cases} \frac{2}{3}M_{0,max} \\ \frac{3}{4}M_{0,max} \text{ da direção perpendicular} \end{cases}$$

Figura 2.29 - Consideração da NB2 (1961) para a continuidade de lajes.

2.5.4 Dimensionamento da laje da ponte do rio Pau Seco

Neste item é detalhado o dimensionamento da laje do tabuleiro da ponte sobre o rio Pau Seco. Ela é formada por duas lajes em balanço e uma laje central apoiada sobre as duas longarinas (Figura 2.24). Como as transversinas são desligadas da laje, esta pode ser considerada armada apenas em uma direção com $l_y/l_x = \infty$.

2.5.4.1 Laje central

Para o cálculo da laje central é utilizada a tabela 1 de Rüsçh transcrita na Tabela 2.13.

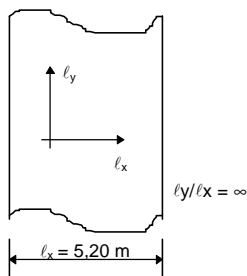


Figura 2.30 - Esquema de cálculo da laje central.

Tabela 2.13 - Tabela de Rüsçh para momentos fletores em laje apoiada com tráfego na direção y ($l_y/l_x = \infty$)

Veículo de 30 t a 60 t	Peso da roda igual a 1 t	Peso da multidão igual a 1 t/m ²
------------------------	--------------------------	---

ℓ_x / a	M_{xm}				M_{ym}				M_{xm}		M_{ym}	
	t / a				t / a				para qualquer valor de t / a			
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0				
	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'
0,5	0,200	0,170	0,112	0,065	0,155	0,095	0,069	0,028	-	-	-	-
1,0	0,351	0,300	0,237	0,176	0,223	0,158	0,110	0,063	-	0,15	-	0,03
1,5	0,431	0,400	0,351	0,305	0,267	0,220	0,160	0,118	0,10	0,23	0,02	0,07
2,0	0,52	0,491	0,461	0,421	0,322	0,263	0,228	0,179	0,25	0,40	0,04	0,12
2,5	0,62	0,59	0,56	0,53	0,382	0,338	0,290	0,253	0,58	0,96	0,10	0,24
3,0	0,72	0,69	0,67	0,63	0,457	0,408	0,361	0,323	1,00	1,35	0,17	0,40
4,0	0,87	0,85	0,82	0,80	0,58	0,53	0,472	0,433	2,20	2,85	0,37	1,03
5,0	0,99	0,98	0,95	0,93	0,69	0,64	0,58	0,53	3,46	5,65	0,58	2,03
6,0	1,08	1,07	1,04	1,02	0,77	0,73	0,66	0,62	4,70	8,00	0,78	3,06
7,0	1,15	1,14	1,11	1,10	0,84	0,80	0,73	0,70	5,75	11,80	0,92	4,54
8,0	1,20	1,19	1,17	1,15	0,90	0,86	0,80	0,76	6,90	16,40	1,29	6,28
9,0	1,24	1,23	1,21	1,20	0,96	0,91	0,85	0,82	8,00	22,10	1,30	8,25
10,0	1,27	1,26	1,24	1,23	1,02	0,95	0,90	0,87	9,12	28,70	1,46	10,67

a) Cálculo do carregamento permanente:

- espessura da laje no meio do vão: $e_1 = 20$ cm
- espessura junto à viga: $e_2 = 40$ cm
- comprimento da mísula: $x_m = 80$ cm
- espessura média da laje: $e_m = e_1 + (e_2 - e_1) \frac{x_m}{\ell_x} = 23,08$ cm
- espessura média do pavimento: $e_3 = 8$ cm

$$\text{Logo: } g = e_m \gamma_c + e_3 \gamma_p = 0,2308 \times 25 + 0,08 \times 22 = 7,53 \text{ kN/m}^2$$

b) Esforços devido ao carregamento permanente

Os esforços no meio da laje devido ao carregamento permanente podem ser obtidos da tabela de Rüsç por: $M = K g \ell_x^2$, sendo $K = 0,125$ para M_{xm} e $K = 0,0208$ para M_{ym} . Logo:

$$M_{xm,g} = 0,125 \times 7,53 \times 5,2^2 = 25,45 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{ym,g} = 0,0208 \times 7,53 \times 5,2^2 = 4,24 \text{ kN.m/m}$$

c) Esforços devido à carga móvel

A ponte é da classe 45, logo sabe-se que:

- Peso da roda: $P = 75 \text{ kN}$
- Carga de multidão distribuída sobre a pista: $q = 5 \text{ kN/m}^2$
- Distância entre os centros das rodas em cada eixo: $a = 2,0 \text{ m}$
- Área de contato da roda: $0,20 \text{ m} \times 0,50 \text{ m}$

Para empregar a tabela de Rüsç é necessário calcular os seguintes parâmetros:

- Largura da roda equivalente: $b = \sqrt{0,50 \times 0,20} = 0,32 \text{ m}$
- Projeção da roda no plano médio da laje: $t = b + 2 \times \left(e_3 + \frac{e_1}{2} \right) = 0,68 \text{ m}$
- $\frac{t}{a} = \frac{0,68}{2,0} = 0,34$ e $\frac{\ell_x}{a} = \frac{5,2}{2,0} = 2,6$

Entrando com esses parâmetros na Tabela 2.13 e realizando algumas interpolações, obtêm-se:

Tabela 2.14 - Coeficientes para cálculo dos momentos fletores devido à carga móvel

	M_{xm}	M_{ym}
M_L	0,600	0,335
M_p	0,664	0,114
$M_{p'}$	1,038	0,272

O coeficiente de impacto vale: $\varphi = 1,4 - 0,007 \times 5,2 = 1,364$. Logo, os momentos fletores no meio do vão da laje central, devido à carga móvel, valem:

$$M_{xm,q} = 1,364 \times (75 \times 0,600 + 5 \times 0,664 + 5 \times 1,038) = 72,99 \text{ kN.m / m}$$

$$M_{ym,q} = 1,364 \times (75 \times 0,335 + 5 \times 0,114 + 5 \times 0,272) = 36,90 \text{ kN.m / m}$$

d) Consideração da continuidade da laje no sentido transversal

Empregando o procedimento simplificado da NB2 e adotando para o momento no apoio $2/3$ do maior momento no meio do vão, têm-se:

$$M_{b,g} = \frac{2}{3} M_{x_{m,g}} = \frac{2}{3} \times 25,45 = 16,97 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{b,q} = \frac{2}{3} M_{x_{m,q}} = \frac{2}{3} \times 72,99 = 48,66 \text{ kN.m/m}$$

$$M_b = M_{b,g} + M_{b,q} = 65,63 \text{ kN.m/m}$$

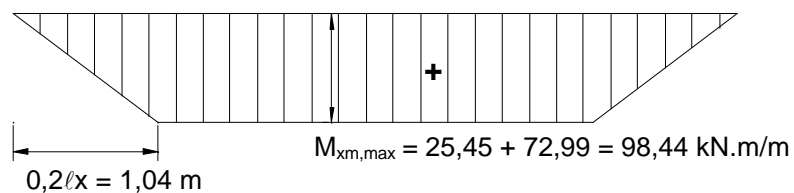


Diagrama de momento transversal - laje apoiada nos lados

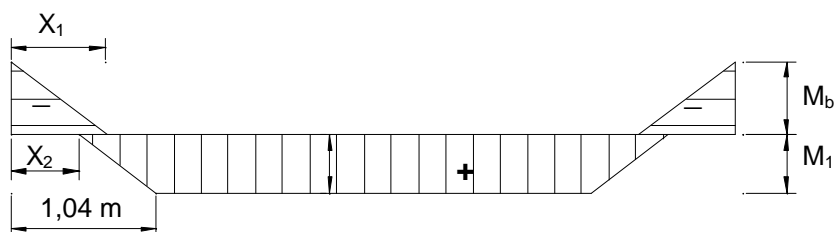


Diagrama de momento transversal - laje com continuidade no sentido transversal

$$M_1 = M_{x_{m,max}} - 0,6 M_b = 98,44 - 0,6 \times 65,63 = 59,06 \text{ kN.m/m}$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \times 0,2 \cdot \ell_x = 0,69 \text{ m}$$

$$x_2 = 0,6 \cdot x_1 = 0,42 \text{ m}$$

Figura 2.31 - Diagramas de momento fletor na laje central - sentido transversal

e) Momento fletor no sentido longitudinal

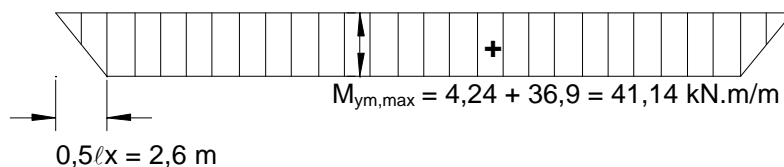


Figura 2.32 - Diagrama de momento fletor na laje central - sentido longitudinal

2.5.4.2 Lajes em balanço

Para o cálculo das lajes em balanço será utilizada a tabela 98 de RÜSCH (1960) definida para uma laje em balanço de comprimento infinito.

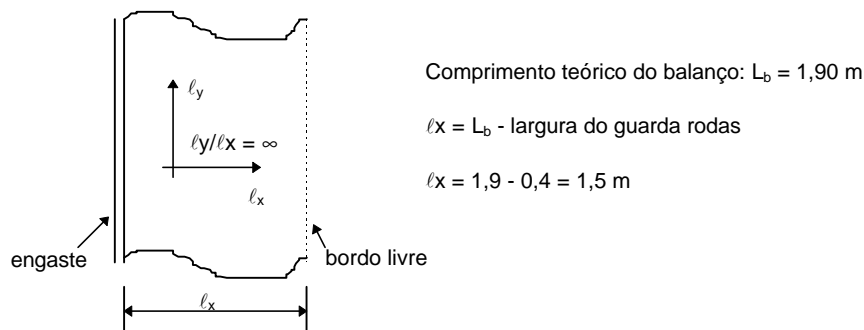


Figura 2.33 - Esquema de cálculo das lajes em balanço.

a) Cálculo do carregamento permanente

- espessura da laje na extremidade do balanço: $e_1 = 15 \text{ cm}$
- espessura junta à viga: $e_2 = 40 \text{ cm}$
- espessura média: $e_m = \frac{e_1 + e_2}{2} = 27,5 \text{ cm}$
- espessura média do pavimento: $e_3 = 8 \text{ cm}$
- área do guarda rodas: $0,23 \text{ m}^2$
- peso do guarda corpo: 1 kN/m

b) Esforços devido ao carregamento permanente

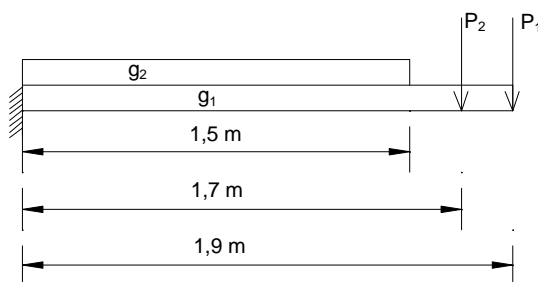


Figura 2.34 - Carregamento permanente no balanço.

$$g_1 = e_m \cdot \gamma_c = 0,275 \times 25 = 6,875 \text{ kN/m}^2$$

$$g_2 = e_3 \cdot \gamma_p = 0,08 \times 22 = 1,76 \text{ kN/m}^2$$

$$P_1 = 1 \text{ kN/m}$$

$$P_2 = 0,23 \times 25 = 5,75 \text{ kN/m}$$

$$\text{Momento no engaste: } M_e = 26,06 \text{ kN.m/m}$$

c) Esforços devidos à carga móvel

Os parâmetros de entrada na tabela de Rüsç são:

- Largura da roda equivalente: $b = \sqrt{0,50 \times 0,20} = 0,32 \text{ m}$
- Projeção da roda no plano médio da laje: $t = b + 2 \times \left(e_3 + \frac{e_m}{2} \right) = 0,755 \text{ m}$
- $\frac{t}{a} = \frac{0,755}{2,0} = 0,38$ e $\frac{\ell_x}{a} = \frac{1,5}{2,0} = 0,75$

Entrando com esses parâmetros na tabela 98 de RÜSCH (1960) e realizando algumas interpolações, obtêm-se:

Tabela 2.15 - Coeficientes para cálculo dos momentos fletores devido à carga móvel

	M_{xe}	M_{yr}	$M_{xm,p}$	M_{ym}	$M_{xm,n}$
M_L	0,834	0,227	0,056	0,081	0,230
M_p	0	0	0	0	0
$M_{p'}$	0	0	0	0	0

O coeficiente de impacto vale: $\phi = 1,4 - 0,007 \times 1,5 = 1,390$. Logo, os momentos fletores no balanço, devido à carga móvel, valem:

$$M_{xe} = -1,390 \times (75 \times 0,834) = -86,94 \text{ kN.m / m}$$

$$M_{yr} = 1,390 \times (75 \times 0,227) = 23,66 \text{ kN.m / m}$$

$$M_{xm,p} = 1,390 \times (75 \times 0,056) = 5,84 \text{ kN.m / m}$$

$$M_{ym} = 1,390 \times (75 \times 0,081) = 8,44 \text{ kN.m / m}$$

$$M_{xm,n} = -1,390 \times (75 \times 0,230) = -23,98 \text{ kN.m / m}$$

O diagrama de momentos fletores, no sentido transversal do balanço, é mostrado na Figura 2.35. Nesse diagrama, o valor de x pode ser facilmente obtido por semelhança de triângulos, ou seja:

$$\frac{M_{xe}}{M_{xm,n}} = \frac{l_x - x}{0,5 l_x - x} \Rightarrow x = l_x \left(\frac{0,5 M_{xe} - M_{xm,n}}{M_{xe} - M_{xm,n}} \right) = 0,46 \text{ m}$$

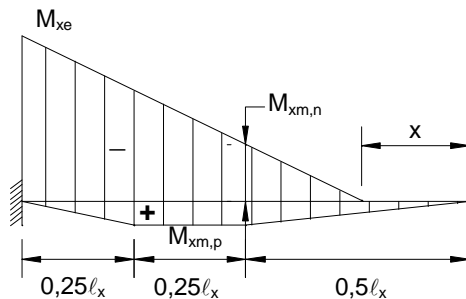


Figura 2.35 - Diagrama de momento fletor, devido à carga móvel, no balanço - sentido transversal.

Aos esforços devido à carga móvel no balanço devem ser somados os esforços que surgem nessa laje devido ao impacto do veículo no guarda rodas, ou seja:

$$M_v = P \left(h + \frac{e_2}{2} \right) = 60 \times \left(0,15 + \frac{0,4}{2} \right) = 21 \text{ kN.m}$$

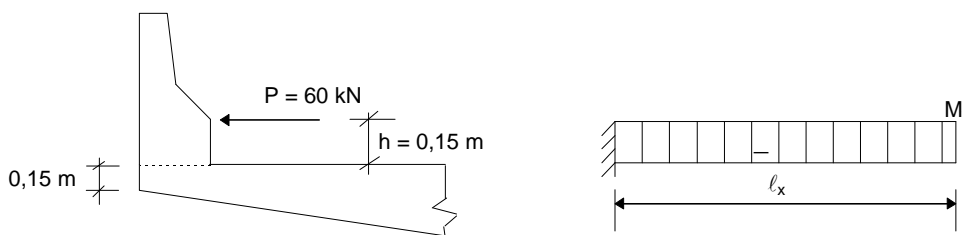


Figura 2.36 - Momento fletor no balanço devido ao impacto do veículo no guarda rodas.

Os momentos fletores finais devidos à carga móvel no balanço são mostrados na Figura 2.37.

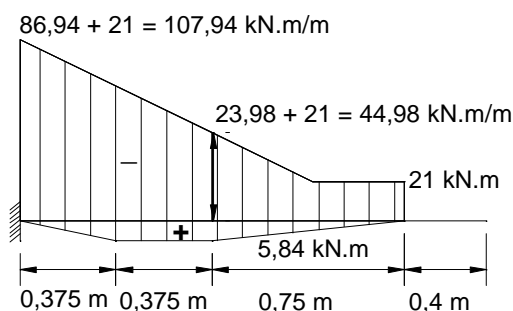


Figura 2.37 - Diagrama de Momento fletor final no balanço devido à carga móvel.

d) Momentos fletores finais

Os momentos fletores finais na laje em balanço são obtidos pela soma dos esforços devido à carga móvel com os esforços provenientes do carregamento permanente (Figura 2.38).

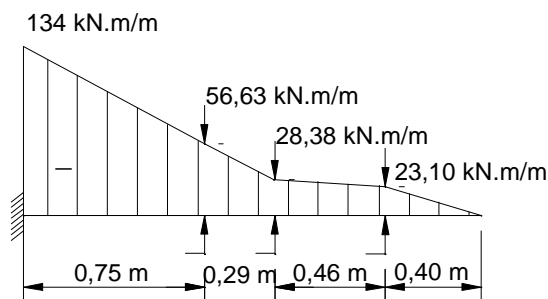


Figura 2.38 - Diagrama de momento fletor final no balanço - carga móvel mais carga permanente.

2.5.4.3 Detalhamento da laje do tabuleiro

O diagrama de momento fletor da laje do tabuleiro, na direção transversal, está indicado na Figura 2.39, assim como a espessura da laje e a área de aço necessária para resistir aos momentos fletores.

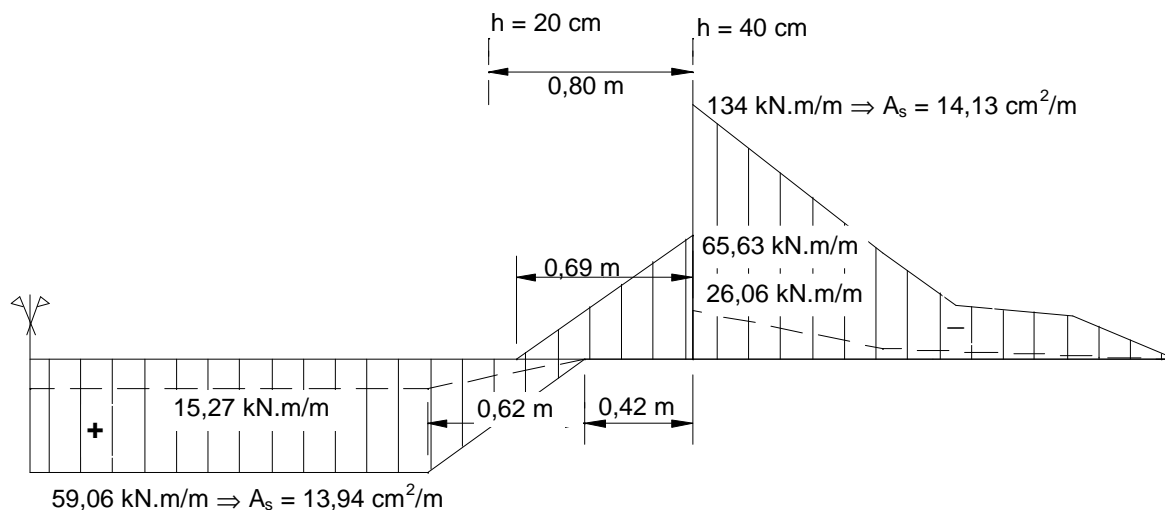


Figura 2.39 - Diagrama de momento fletor da laje - sentido transversal.

- Seção sobre o apoio (momento negativo)

$$M_d = \gamma_g M_g + \gamma_q M_q = 1,3 \times 26,06 + 1,4 \times 107,94 = 185 \text{ kN.m / m}$$

$$\text{Admitindo } d = 36,5 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 12,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Fadiga devido à variação de momento na seção:

$$K = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \times \frac{\sigma_s}{\sigma_1} = \frac{134 - 26,06}{134} \times \frac{500}{360} = 1,12$$

$$\Rightarrow A_s = 1,12 \times 12,62 = 14,13 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 12,5 \text{ mm c/ } 8,5 \text{ cm ou } \phi 16 \text{ mm c/ } 14 \text{ cm}$$

- Seção do meio do vão da laje central (momento positivo)

$$M_d = 1,3 \times (25,45 - 0,6 \times 16,97) + 1,4 \times (72,99 - 0,6 \times 48,66) = 81,16 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{Admitindo } d = 16,5 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 13,53 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Fadiga devido à variação de momento na seção:

$$K = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \times \frac{\sigma_s}{\sigma_1} = \frac{59,06 - 15,27}{59,06} \times \frac{500}{360} = 1,03$$

$$\Rightarrow A_s = 1,03 \times 13,53 = 13,94 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 12,5 \text{ mm c/ } 8,5 \text{ cm ou } \phi 16 \text{ mm c/ } 14 \text{ cm}$$

Na direção longitudinal, o momento fletor atuante, em serviço, na laje central vale 41,14 kN.m/m. Admitindo uma altura útil da seção de 16,5 cm, chega-se a conclusão que são necessários 10,89 cm² de aço por metro linear, já incluindo o coeficiente de fadiga igual a 1,23. Essa quantidade de aço é garantida se forem colocadas barras de 12,5 mm a cada 11 cm ($A_{s,ef} = 11,18 \text{ cm}^2/\text{m}$).

No caso da laje em balanço, há dois momentos fletores na direção longitudinal (M_{ym} e M_{yr}). Por simplicidade pode-se dimensionar a laje para o momento que atua no bordo livre (M_{yr}), admitindo-a com uma espessura constante e igual à espessura da laje na ponta do balanço, e distribuir essa armadura em toda a extensão do balanço. Dessa forma, com $M = 23,66 \text{ kN.m/m}$ (em serviço) e $d = 11,5 \text{ cm}$ obtêm-se $A_s = 7,64 \text{ cm}^2/\text{m}$. Essa quantidade de aço é garantida adotando barras de 10 mm a cada 10 cm. Na Figura 2.40 é mostrada a seção transversal da ponte com indicação da armadura da laje.

2.5.4.4 Verificação ao esforço cortante

Para a verificação da laje central ao esforço cortante é empregada a tabela 99 de RÜSCH (1960). Os parâmetros de entrada nessa tabela, calculados anteriormente, são $t/a = 0,34$ e $l_x/a = 2,60$, a partir dos quais obtêm-se $Q_L = 1,235$, $Q_p = 0,102$ e $Q_{p'} = 0,268$. O esforço cortante junto ao apoio da laje, devido à carga móvel, vale:

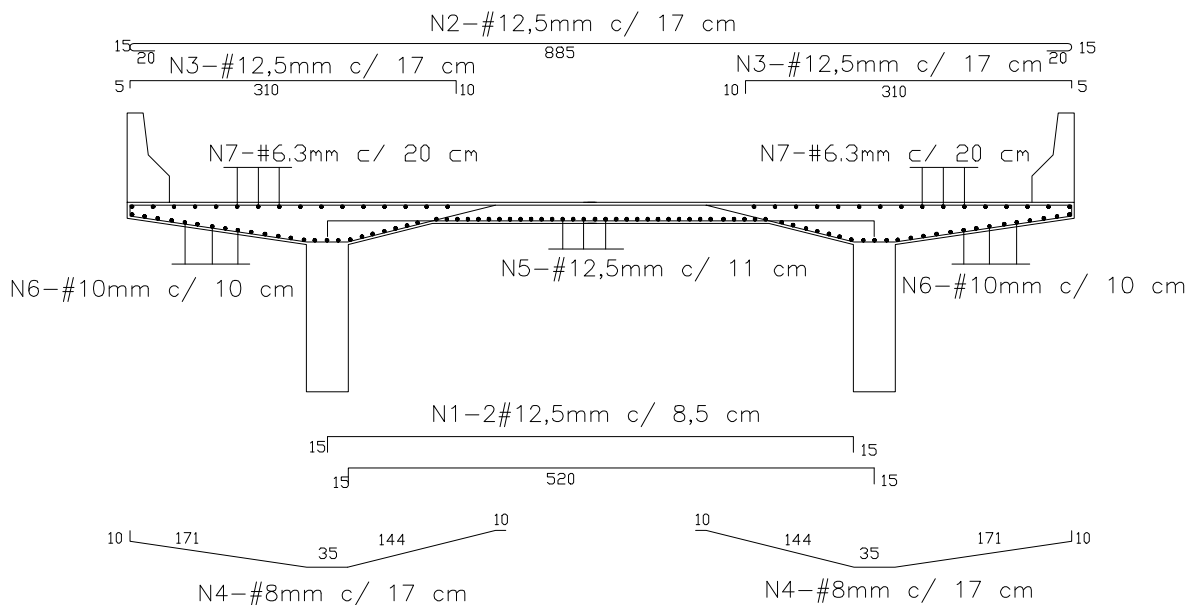


Figura 2.40 - Detalhe da armadura de flexão da laje do tabuleiro.

$$V_{x,q} = \varphi (P Q_L + q Q_p + q Q_{p'})$$

$$V_{x,q} = 1,364 \times (75 \times 1,235 + 5 \times 0,102 + 5 \times 0,268) = 128,86 \text{ kN/m}$$

O esforço cortante junto ao apoio da laje, devido ao carregamento permanente, vale:

$$V_g = 0,5 g \ell_x = 0,5 \times 7,53 \times 5,2 = 19,58 \text{ kN/m}$$

Logo, o esforço cortante de cálculo junto ao apoio da laje vale:

$$V_d = 1,3 V_g + 1,4 V_{x,q} = 205,86 \text{ kN/m}$$

Devido à existência da mísula na ligação entre a laje central e a longarina, o esforço cortante de cálculo pode ser reduzido conforme orientação da NBR-6118, item 4.1.4.1, ou seja:

$$V_{rd} = V_d - \frac{M_d}{d} \operatorname{tg} \alpha = V_d - \frac{1,3 M_{b,g} + 1,4 M_{b,q}}{d} \times \frac{e_2 - e_1}{x_m}$$

$$V_{rd} = 205,86 - \frac{1,3 \times 16,97 + 1,4 \times 48,66}{0,4 - 0,035} \times \frac{40 - 20}{80} = 144,09 \text{ kN/m}$$

A tensão de cisalhamento, de cálculo, junto ao apoio da laje vale:

$$\tau_{wd} = \frac{V_{rd}}{b_w d} = \frac{144,09}{1 \times (0,4 - 0,035)} = 394,8 \text{ kN/m}^2$$

Segundo a NBR-6118, item 5.3.1.2, é dispensada a colocação de armadura de cisalhamento na laje desde que $\tau_{wd} \leq \tau_{wu1}$. O valor de τ_{wu1} é calculado por:

$$\tau_{wu1} = \Psi_4 \sqrt{f_{ck}} \text{ (Kgf / cm}^2\text{)}$$

$$\text{onde } \Psi_4 = 2,0 \sqrt[4]{\rho_1} \text{ para } h \leq 15 \text{ cm}$$

$$\Psi_4 = 1,4 \sqrt[4]{\rho_1} \text{ para } h \geq 60 \text{ cm}$$

ρ_1 : menor taxa geométrica de armadura de tração no trecho até $2h$ do apoio, onde h é a espessura da laje no apoio.

Aplicando essas expressões para a laje central, junto ao apoio, obtêm-se:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{A_c} = \frac{13,94}{100 \times 40} = 0,0035$$

$$\Psi_4 = 1,67 \times \sqrt[4]{0,0035} = 0,405$$

$$\tau_{wu1} = 0,405 \times \sqrt{180} = 5,43 \text{ Kgf / cm}^2 = 543,4 \text{ kN/m}^2$$

Como $\tau_{wu1} > \tau_{wd}$ não é necessário colocar armadura de cisalhamento no apoio da laje central.

No caso das lajes em balanço, os esforços cortantes junto ao apoio, devidos aos carregamentos permanente e móvel, valem:

$$\text{Carregamento permanente: } V_g = P_1 + P_2 + g_1 L_b + g_2 \ell_x$$

$$V_g = 1 + 5,75 + 6,875 \times (1,9 - 0,2) + 1,76 \times (1,5 - 0,2) = 20,73 \text{ kN/m}$$

Carga móvel:

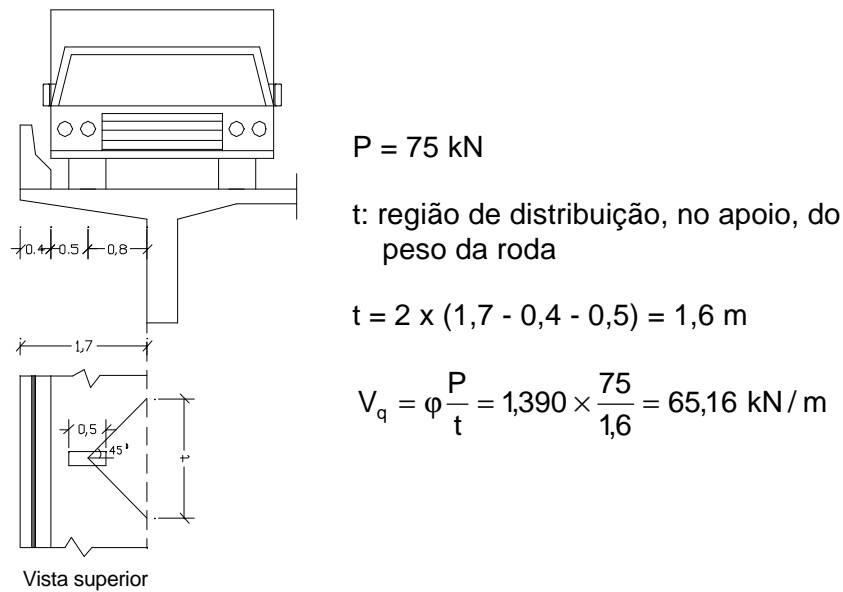


Figura 2.41 - Esforço cortante no apoio da laje em balanço devido à carga móvel.

$$V_d = 1,3 V_g + 1,4 V_q = 118,17 \text{ kN/m}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{rd}}{b_w d} = \frac{118,17}{1 \times (0,4 - 0,035)} = 323,8 \text{ kN/m}^2$$

A tensão de cisalhamento para dispensa da armadura transversal vale:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{A_c} = \frac{14,13}{100 \times 40} = 0,0035$$

$$\Psi_4 = 1,67 \times \sqrt[4]{0,0035} = 0,405$$

$$\tau_{wu1} = 0,405 \times \sqrt{180} = 5,43 \text{ Kgf/cm}^2 = 543,4 \text{ kN/m}^2$$

Como $\tau_{wu1} > \tau_{wd}$ não é necessário colocar armadura de cisalhamento no apoio das lajes em balanço.

2.6 Transversinas

As transversinas de pontes com duas longarinas servem de apoio para a laje do tabuleiro, quando são ligadas a ela, e contribuem para a rigidez dos vigamentos sujeitos a cargas excêntricas. As transversinas sobre os apoios têm a função complementar de impedir o tombamento lateral das vigas principais e absorver excentricidades dos apoios em relação aos eixos das vigas.

Pode-se projetar as transversinas ligadas ou desligadas da laje. Quando elas são ligadas, as solicitações atuantes são produzidas pelo peso próprio da transversina, pelas reações das cargas permanentes distribuídas sobre a laje e pelas reações das cargas móveis sobre o tabuleiro. As reações das cargas distribuídas sobre a laje podem ser obtidas traçando-se as linhas de ruptura da laje (ou charneiras) e transferindo para a transversina a parcela do carregamento que atua no trecho da laje apoiada sobre a mesma (Figura 2.42). As reações de cargas móveis podem ser obtidas com auxílio de superfícies de influência ou, de forma simplificada, carregando a transversina com um eixo do veículo tipo acrescido do impacto.

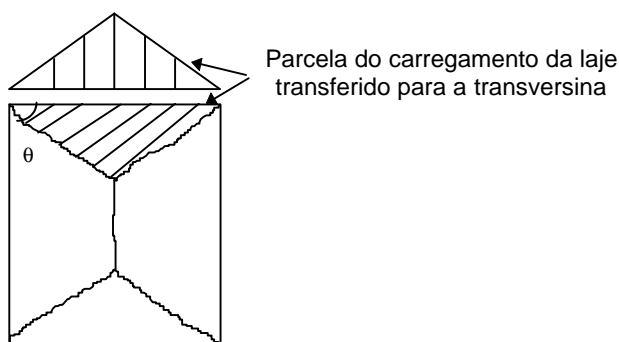


Figura 2.42 - Linhas de ruptura da laje e reação sobre a transversina.

Quando as transversinas são desligadas da laje, não há reação da laje sobre ela e os carregamentos atuantes são o seu peso próprio e os momentos fletores transversais, atuantes na seção transversal, provenientes de excentricidades do carregamento. Devido à dificuldade de avaliação desses esforços, é adotado um procedimento simplificado para o dimensionamento das transversinas. Para os momentos positivos, considera-se a transversina apoiada sobre as longarinas e sujeita apenas ao seu peso próprio. Para os momentos negativos, considera-se que a transversina resista à diferença entre os momentos negativos do balanço e da laje central do tabuleiro (Figura 2.39).

As transversinas de vão da Ponte sobre o Rio Pau Seco estão sujeitas aos seguintes esforços:

- Momento positivo:
$$M = \frac{q \ell^2}{8} = \frac{(0,2 \times 1,2) \times 25 \times 5,2^2}{8} = 20,3 \text{ kN.m}$$
- $$A_s = 0,6 \text{ cm}^2$$
- $$A_{s,\min} = 0,15\% \cdot b_w \cdot d = 3,45 \text{ cm}^2 \Rightarrow 3 \phi 12,5 \text{ mm}$$

- Momento negativo: $M = (134 - 65,63) \times 6,75 = 461,5 \text{ kN.m}$

$$A_s = 14,9 \text{ cm}^2 \Rightarrow 5 \phi 20 \text{ mm}$$

$$A_{s,\min} = 3,45 \text{ cm}^2$$

- Esforço cortante: $V = (0,2 \times 1,2) \times 25 \times \frac{5,2}{2} + \frac{461,5}{5,2} = 104,35 \text{ kN}$

$$A_{sw} = 2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw,\min} = 0,14\% \cdot b_w \cdot s = 2,8 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 6,3 \text{ mm c/ } 20 \text{ cm}$$

As transversinas de apoio da Ponte sobre o Rio Pau Seco estão sujeitas aos seguintes esforços:

- Momento positivo: $M = \frac{q \ell^2}{8} = \frac{(0,4 \times 1,2) \times 25 \times 5,0^2}{8} = 37,5 \text{ kN.m}$

$$A_s = 1,1 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\min} = 0,15\% \cdot b_w \cdot d = 6,9 \text{ cm}^2 \Rightarrow 6 \phi 12,5 \text{ mm}$$

- Momento negativo: $M = (134 - 65,63) \times 6,25 = 427,3 \text{ kN.m}$

$$A_s = 12,8 \text{ cm}^2 \Rightarrow 5 \phi 20 \text{ mm}$$

$$A_{s,\min} = 6,9 \text{ cm}^2$$

- Esforço cortante: $V = (0,4 \times 1,2) \times 25 \times \frac{5,0}{2} + \frac{427,3}{5,0} = 115,5 \text{ kN}$

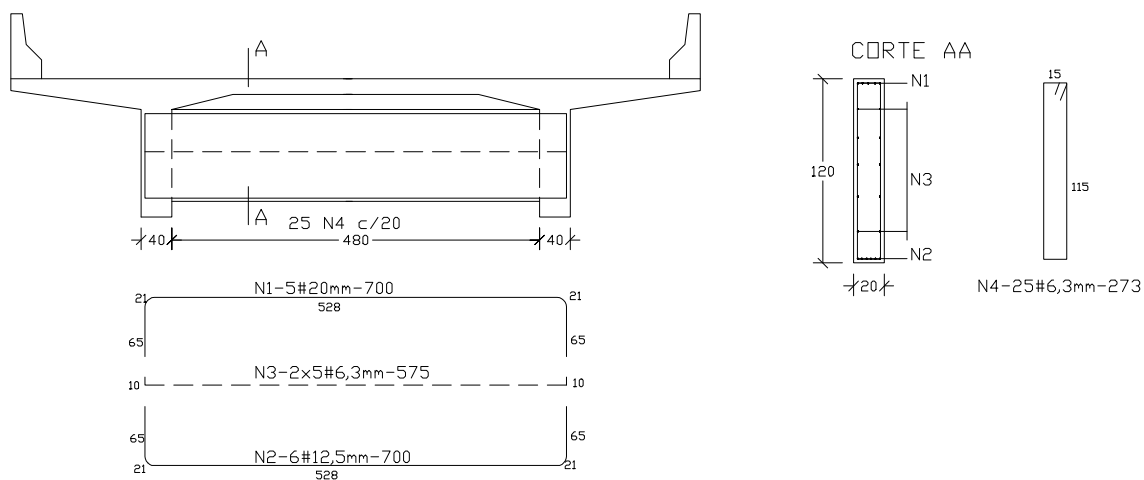
$$A_{sw} = 2,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw,\min} = 0,14\% \cdot b_w \cdot s = 5,6 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow (2x) \phi 6,3 \text{ mm c/ } 20 \text{ cm}$$

2.7 Alas

As alas são estruturas localizadas nas extremidades da ponte com a função de conter o aterro de acesso. Elas são ligadas de forma monolítica à viga de fechamento e estão sujeitas, principalmente, ao carregamento proveniente do aterro. Neste projeto, as alas foram adotadas na forma fechada, ou seja, perpendiculares à viga de fechamento.

TRANSVERSINAS DE VAO (20x120) (x6)



TRANSVERSINAS DE APOIO (40x120) (x4)

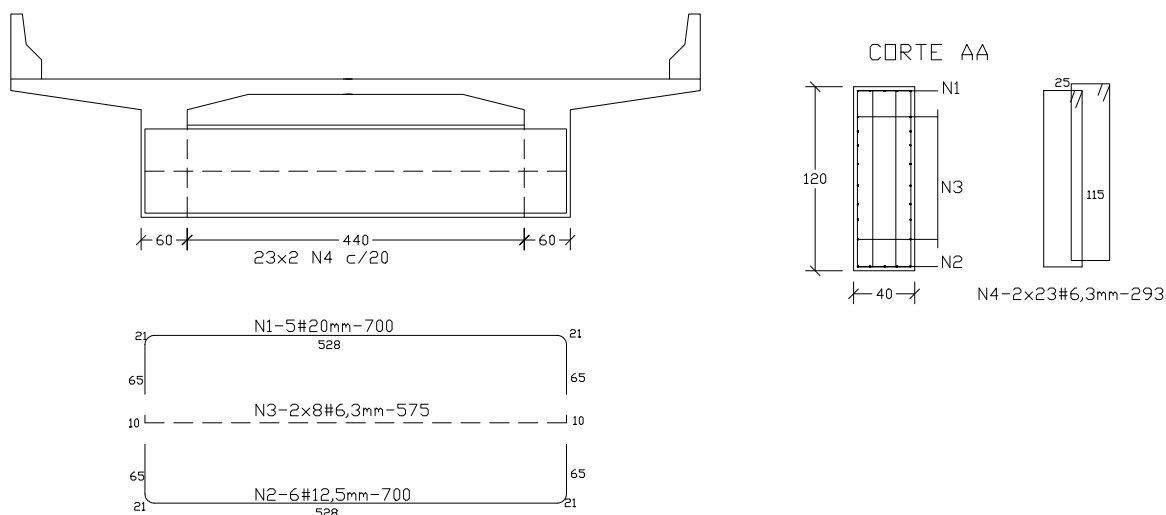


Figura 2.43 - Detalhe da armadura das transversinas.

- Dimensões

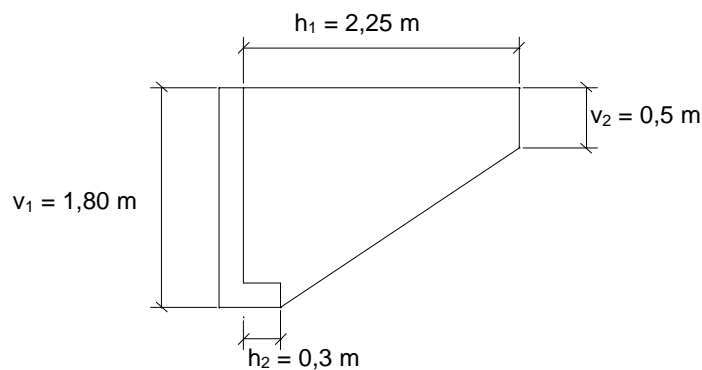
espessura da ala: $e = 0,20$ m

área do guarda-rodas: $A_{gr} = 0,23$ m²

largura do guarda-rodas: $l_{gr} = 0,40$ m

dente para receber o guarda-rodas: $v_{gr} = 0,20$ m

guarda-corpo: $P_{gc} = 0,1$ kN/m



- O peso de cada ala, incluindo guarda-rodas e guarda-corpo, vale:

$$P_1 = \left(2,25 \times 0,5 + \frac{(2,25 + 0,3) \times 1,3}{2} - 0,3 \times 0,2 \right) \times 0,2 \times 25 = 13,61 \text{ kN}$$

$$P_2 = (0,23 + 0,2 \times 0,2) \times 2,25 \times 25 = 15,19 \text{ kN}$$

$$P_3 = 0,1 \times 2,25 = 0,225 \text{ kN}$$

$$\therefore P = 29,025 \text{ kN}$$

- Centro de gravidade da ala:

$$x_g = \frac{\frac{(h_1 - h_2)^2}{3} \cdot \frac{v_1 - v_2}{2} + h_1 \cdot h_2 \cdot \frac{v_1 - v_2}{2} + h_1^2 \cdot \frac{v_2}{2}}{\frac{v_1 + v_2}{2} \cdot (h_1 - h_2) + v_1 \cdot h_2} = 0,909 \text{ m}$$

$$y_g = \frac{\frac{-(v_1 - v_2)^2}{3} \cdot \frac{h_1 - h_2}{2} + v_1^2 \cdot \frac{h_1}{2}}{\frac{v_1 + v_2}{2} \cdot (h_1 - h_2) + v_1 \cdot h_2} = 1,113 \text{ m}$$

- Momento devido ao peso próprio:

$$M_g = P_1 \cdot x_g + (P_2 + P_3) \cdot \frac{h_1}{2} = 29,71 \text{ kN.m}$$

$$\text{com } b_w = 20 \text{ cm e } d = 175 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 0,6 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\min} = 5,4 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2 \phi 16 \text{ mm}$$

- Empuxo horizontal

a) aterro

$$\text{trecho reto: } E = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma \cdot h_2 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 18 \times 0,3 \times 1,8^2 = 29,2 \text{ kN}$$

$$M_1 = E \cdot \frac{h_2}{2} \cdot \frac{1}{v_1} = 0,24 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{trecho inclinado: } E = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma \cdot (h_1 - h_2) \cdot \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right)^2 = 7,74 \text{ kN}$$

$$M_2 = E \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{1}{v_1} = 5,48 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{total: } M_a = M_1 + M_2 = 5,72 \text{ kN.m/m}$$

b) sobrecarga sobre o aterro (apenas veículo tipo)

$$q = \frac{450}{3 \times 6} = 25 \text{ kN/m}^2$$

$$E = K_a \cdot q \cdot A = \frac{1}{3} \times 25 \times \left(\frac{1,8 + 0,5}{2} \times (2,25 - 0,3) + 1,8 \times 0,3 \right) = 23,19 \text{ kN}$$

$$M_q = \frac{E \cdot x_g}{v_1} = 11,7 \text{ kN.m/m}$$

c) Momento total na ligação da ala com a viga de fechamento:

$$M_T = M_a + M_q = 17,43 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{com } b_w = 100 \text{ cm e } d = 16 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 3,76 \text{ cm}^2 \Rightarrow \phi 8 \text{ mm c/ } 13 \text{ cm}$$

Na Figura 2.44 é mostrado o detalhamento completo da armadura das alas da ponte sobre o rio Pau Seco.

2.8 Vigas de fechamento

As vigas de fechamento são estruturas localizadas nas extremidades da ponte com duas funções: contribuir no aumento da rigidez à torção do tabuleiro e conter o aterro de acesso à ponte. Elas são ligadas de forma monolítica à superestrutura e, por isso, também estão sujeitas a ação do carregamento móvel sobre a ponte.

Para o dimensionamento das viga de fechamento, o carregamento é dividido em horizontal (devido ao aterro de acesso), para o qual a viga de fechamento é dimensionada como laje, e em vertical (devido à reação da laje do tabuleiro), para o qual a viga de fechamento é dimensionada como uma viga apoiada nas longarinas com dois balanços.

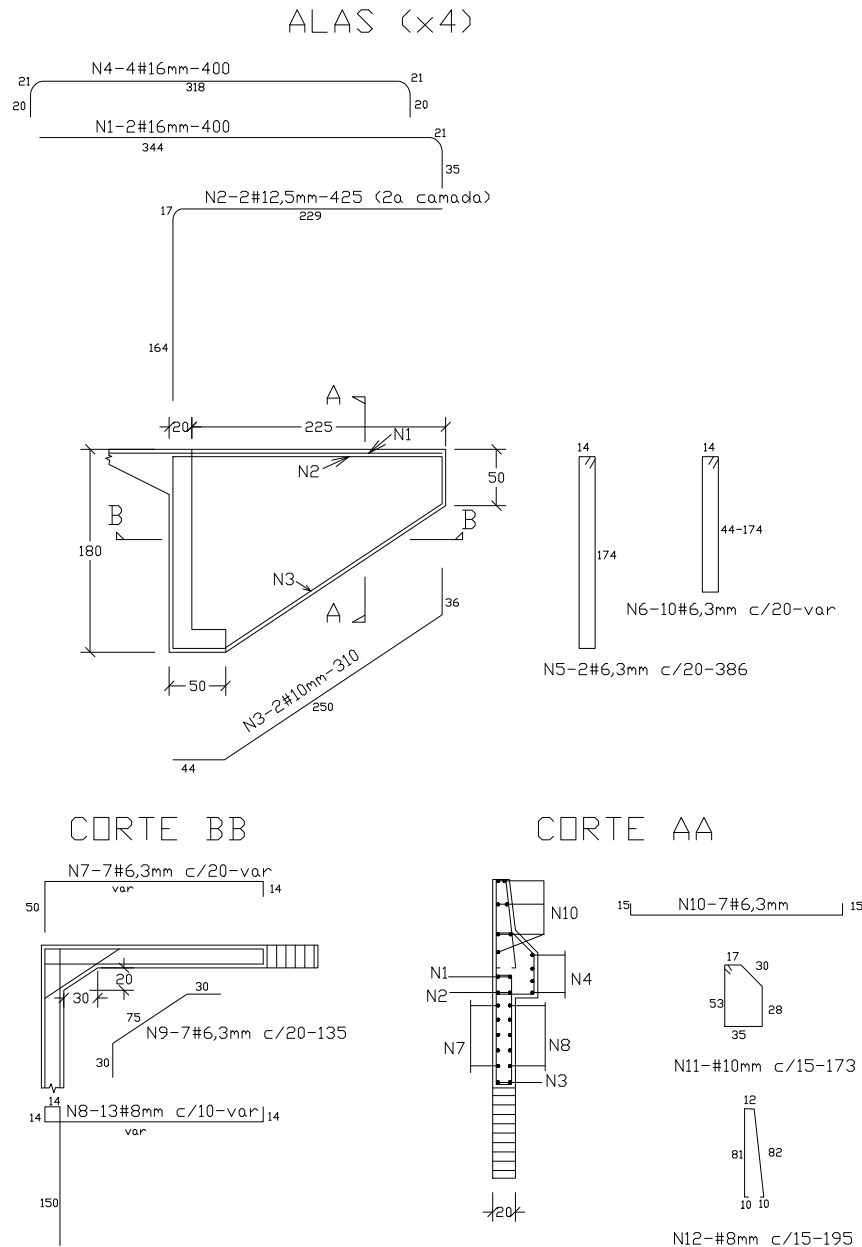
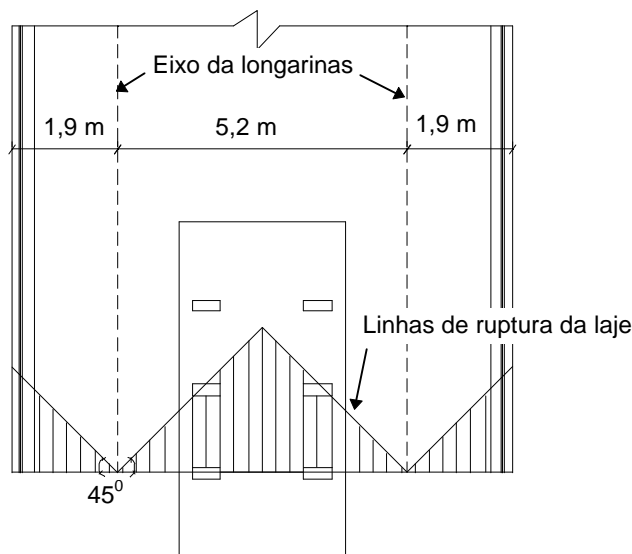


Figura 2.44- Detalhe da armadura das alas.

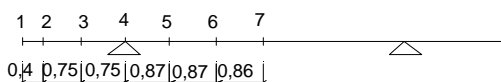
2.8.1 Dimensionamento como viga

A viga de fechamento é ligada de forma monolítica à laje e, por essa razão, ela recebe carregamentos verticais provenientes da reação da laje do tabuleiro, além de seu peso próprio. Para a determinação da reação da laje, ela é considerada apoiada sobre a viga de fechamento e, em seguida, são traçadas as suas linhas de ruptura (Figura 2.45). A reação devido ao carregamento permanente é obtida calculando o peso próprio da laje, e dos demais elementos acessórios, situados na região achurada da Figura 2.45, os quais são divididos pelo comprimento da viga de fechamento de forma a obter um carregamento uniforme. A reação devido à carga móvel é obtida posicionando um dos

eixos do veículo sobre o eixo da viga de fechamento e calculando a parcela do peso do veículo e do peso da multidão que estão localizados sobre a área achurada da Figura 2.45.



Vista superior do tabuleiro



Esquema estático com seções de cálculo

Figura 2.45- Cálculo dos carregamentos permanente e móvel sobre a viga de fechamento.

- Carregamento permanente

- carregamento sobre o vão:

$$\text{Peso próprio: } q_1 = (0,2 \times 1,8 + (0,5 - 0,2) \times 0,2) \times 25 = 10,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{Terra sobre a viga inferior: } q_2 = (1,8 - 0,2) \times 0,3 \times 18 = 8,64 \text{ kN/m}$$

$$\text{Laje + pavimento: } q_3 = \frac{5,2^2}{4} \times \frac{(0,2 \times 25 + 0,08 \times 22)}{5,2} = 8,79 \text{ kN/m}$$

$$q_v = 27,93 \text{ kN/m}$$

- carregamento sobre o balanço

$$\text{Peso próprio: } q_1 = 10,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{Terra sobre a viga inferior: } q_2 = 8,64 \text{ kN/m}$$

$$\text{Laje + pavimento: } q_3 = \frac{1,9^2 \left(\frac{0,4 + 0,15}{2} \times 25 + 0,08 \times 22 \right)}{1,9} = 8,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{guarda rodas + guarda corpo: } q_4 = \frac{0,23 \times 1,9 \times 25 + 0,1 \times 1,9}{1,9} = 5,85 \text{ kN/m}$$

$$q_b = 33,19 \text{ kN/m}$$

- força concentrada na extremidade do balanço: $P = 29,025 \text{ kN}$

- Carregamento móvel sobre o vão (trem tipo)

- Força concentrada (roda apoiada na viga de fechamento): $P = 75 \text{ kN}$ (ponte da classe 45)

- Força distribuída devido às duas rodas apoiadas na área achurada (Figura 2.45):

$$q_1 = \frac{2 \times 75}{5,2} = 28,25 \text{ kN/m}$$

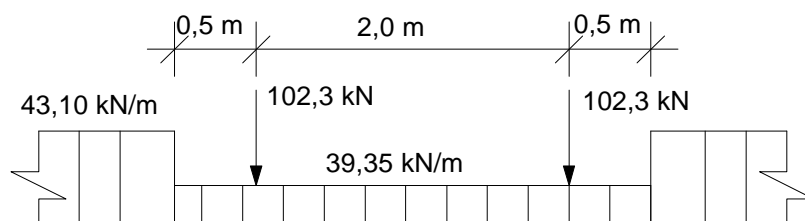
- Força distribuída devido à multidão na área achurada:

$$q_2 = \left(\frac{5,2 - 3}{2} \right) \times \frac{1}{2} \times 5 = 2,75 \text{ kN/m}$$

- Coeficiente de impacto

$$\varphi = 1,4 - 0,007 \times 5,2 = 1,364$$

- Trem tipo do vão, com impacto:



Conhecido o trem tipo da viga de fechamento, os esforços devido à carga móvel são obtidos empregando o conceito de linha de influência, de modo semelhante ao efetuado no dimensionamento das longarinas. Vale ressaltar que, por simplicidade, empregou-se no balanço da viga de fechamento o mesmo trem tipo calculado para o vão. Na Tabela 2.16 são mostrados os momentos fletores e a área de aço nas seções de cálculo da viga de fechamento (Figura 2.45). Quando a viga é submetida a momento fletor positivo, sua região superior é comprimida e, neste caso, a laje do tabuleiro funciona como mesa de uma seção T (assimétrica) com $b_f = 70 \text{ cm}$. Quando ela é

submetida a momento fletor negativo, sua região inferior é comprimida e, neste caso, é a viga situada na extremidade inferior da viga de fechamento que funciona como mesa de uma seção T ($b_f = 50$ cm).

Tabela 2.16 - Momentos fletores e área de aço da viga de fechamento.

Seção	cargas perman.	cargas móveis (kN.m)		cargas totais (kN.m)		b_w (cm)	Fadiga (K)	A_s^+ (cm ²)	A_s^- (cm ²)	$A_s^+.K$ (cm ²)	$A_s^-.K$ (cm ²)
		+	-	+	-						
1	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	20	1,00	0,00	0,00	5,40	5,40
2	-14,37	0,0	0,0	-14,37	-14,37	20	1,00	0,31	0,31	5,40	5,40
3	-55,3	0,0	-89,2	-55,3	-144,5	20	1,00	1,24	3,06	5,40	5,40
4	-115,1	0,0	-201,0	-115,1	-316,1	20	1,00	2,63	6,72	5,40	6,72
5	-62,6	188,7	-176,9	126,1	-239,5	20	1,75	2,28	5,16	5,40	9,03
6	-31,1	288,8	-151,4	257,7	-182,5	20	1,88	4,95	4,00	9,31	7,52
7	-20,7	300,6	-125,9	279,9	-146,6	20	1,75	5,41	3,27	9,47	5,72

Aço CA-50 A	$f_{ck} = 18$ MPa	$h = 180$ cm	$d = 170$ cm	$h_f = 20$ cm	$b_f = 70$ cm
-------------	-------------------	--------------	--------------	---------------	---------------

Em seguida deve ser verificado o estado limite de abertura de fissuras em todas as seções de cálculo. O leitor poderá verificar que todas as seções, com exceção da seção 4, tiveram esse estado limite satisfeito. Na seção 4, o autor optou por adotar para a armadura de flexão barras de 16 mm de diâmetro e em seguida aumentar a quantidade de barras até ser satisfeito o estado limite de abertura de fissuras. A seguir são apresentados os resultados finais obtidos pelo autor na seção 4:

- Estado limite de abertura de fissuras: seção 4

$$E_s = 210000 \text{ MPa}; E_c = 27713 \text{ MPa} \Rightarrow n = 7,6$$

$$A_s = 10,05 \text{ cm}^2 \quad A_s' = 0 \quad \phi = 16 \text{ mm} \quad \eta_b = 1,5$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$d = 170 \text{ cm} \quad t = 10 \text{ cm}$$

$$c_{util} = 3,8 \text{ cm} \quad c_{min} = 3,0 \text{ cm} \quad k = 1,25$$

$$f_{ck} = 18 \text{ MPa} \quad f_{tk} = 1,8 \text{ MPa}$$

$$M_k = 316,1 \text{ kN}$$

$$\text{Peça não protegida em meio não agressivo} \Rightarrow \ell_f = 0,25 \text{ mm}$$

$$\text{linha neutra:} \quad x = 32,37 \text{ cm}$$

$$\text{momento de inércia:} \quad J = 1,67 \times 10^6 \text{ cm}^2$$

$$\text{tensão de serviço na armadura:} \quad \sigma_s = 206,4 \text{ MPa}$$

taxa de armadura: $\rho_r = 0,0112$

$$\frac{\phi}{2 \eta_b - 0,75} \times \frac{\sigma_s}{E_s} \times \left(\frac{4}{\rho_r} + 45 \right) = 2,85 > 2,5$$

$$\frac{\phi}{2 \eta_b - 0,75} \times \frac{\sigma_s}{E_s} \times \frac{3 \sigma_s}{f_{tk}} = 2,40 < 2,5$$

O próximo passo é dimensionar a viga de fechamento ao esforço cortante. Na Tabela 2.17 são mostrados os esforços cortantes e a armadura de cisalhamento obtidos.

Tabela 2.17 - Esforços cortantes e área de aço da viga de fechamento.

Seção	cargas perman.	cargas móveis (kN)		cargas totais (kN)		b _w (cm)	Fadiga (K)	A _{sw} (cm ²)	A _{sw} (cm ²)	A _{sw.K} (cm ²)	A _{sw.K} (cm ²)
		+	-	+	-						
1	-29,0	0,0	0,0	0,0	0,0	20	1,00	0,82	0,82	2,80	2,80
2	-42,3	0,0	-104,0	-42,3	-146,3	20	1,27	0,47	1,79	2,80	2,80
3	-67,2	0,0	-134,0	-67,2	-201,2	20	1,19	0,17	3,07	2,80	3,65
4 ^e	-92,1	0,0	-164,0	-92,1	-256,1	20	1,14	1,08	4,66	2,80	5,31
4 ^d	72,6	279,2	-38,3	351,8	34,3	20	1,61	6,18	0,74	9,95	2,80
5	48,3	212,6	-41,4	260,9	6,9	20	1,74	4,20	1,33	7,31	2,80
6	24,1	152,1	-55,0	176,2	-30,9	20	1,79	2,36	0,81	4,22	2,80
7	0,0	97,8	-97,8	97,8	-97,8	20	1,79	0,65	0,65	2,82	2,80

Aço CA-50 A	f _{ck} = 18 MPa	h = 180 cm	d = 170 cm
-------------	--------------------------	------------	------------

2.8.2 Dimensionamento como laje

A viga de fechamento é dimensionada como laje quando submetida ao carregamento horizontal proveniente do empuxo do aterro de acesso (Figura 2.46). Neste caso, é admitido que a viga de fechamento está apoiada na laje do tabuleiro e na viga inferior, a qual, por sua vez, está apoiada nas longarinas. Dessa forma, a viga de fechamento pode ser assimilada a uma laje armada apenas em uma direção (direção vertical).

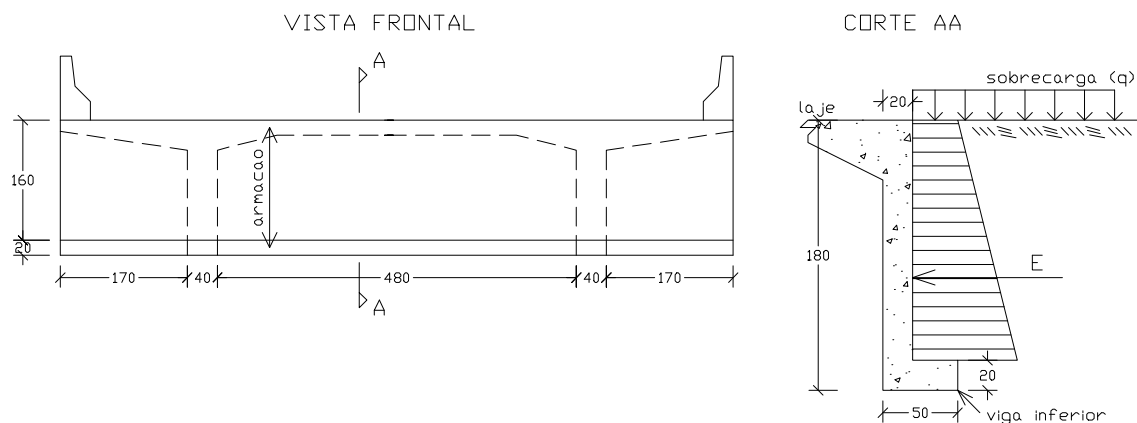


Figura 2.46- Carregamento na viga de fechamento devido ao aterro de acesso.

- Empuxo horizontal na viga de fechamento:

$$\text{- Aterro: } E = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma \cdot h^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 18 \times 1,8^2 = 9,72 \text{ kN/m}$$

$$\text{- Sobrecarga (apenas multidão): } E_q = K_a \cdot q \cdot h = \frac{1}{3} \times 5 \times 1,8 = 3 \text{ kN/m}$$

- Momento no meio do vão da viga de fechamento:

$$M = \ell \left(\frac{E_q}{4} + \frac{E}{6} \right) = (1,8 - 0,2) \times \left(\frac{3}{4} + \frac{9,72}{6} \right) = 3,8 \text{ kN.m/m}$$

com $d = 16 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 0,82 \text{ cm}^2/\text{m}$ (a ser somada com a ferragem de estribo.)

$$A_{s,\min} = 0,15\% \cdot b_w \cdot h = 3 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 8 \text{ mm c/ } 15 \text{ cm,}$$

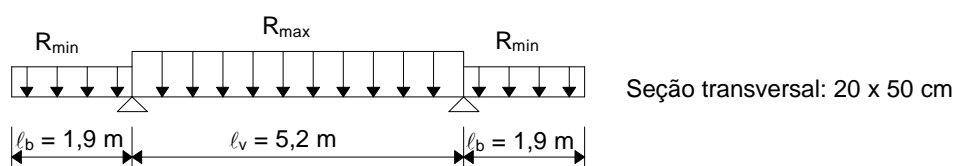
- Reação na viga inferior:

$$\text{- máxima: } R_{\max} = \frac{1}{2} E_q + \frac{2}{3} E = 7,98 \text{ kN/m}$$

$$\text{- mínima: } R_{\min} = \frac{2}{3} E = 6,48 \text{ kN/m}$$

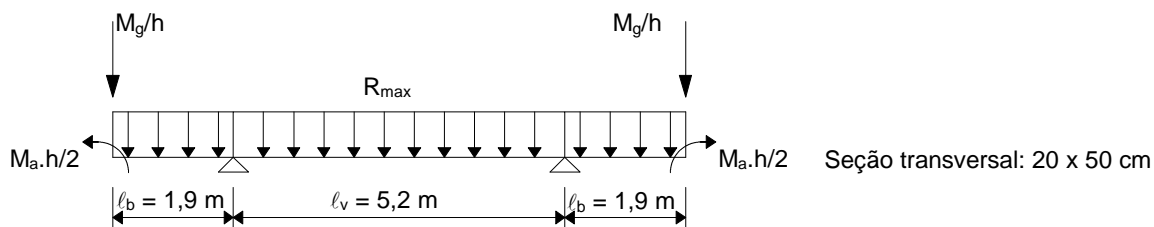
- Dimensionamento da viga inferior:

a) Carregamento para o momento positivo máximo:



$$M_p = -R_{\min} \frac{\ell_b^2}{2} + R_{\max} \frac{\ell_v^2}{8} = 15,28 \text{ kN.m} \Rightarrow A_s = 1,18 \text{ cm}^2 \Rightarrow 1 \phi 16 \text{ mm}$$

b) carregamento para momento negativo máximo:



M_g :Momento devido ao peso próprio da ala ($M_g = 29,71 \text{ kN.m}$)

M_a :Momento devido ao empuxo horizontal na ala ($M_a = 5,72 \text{ kN.m}$)

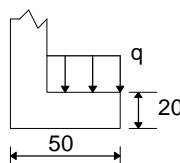
h : distância da laje do tabuleiro à viga inferior ($h = 1,6 \text{ m}$)

$$M_n = -R_{\max} \frac{\ell_b^2}{2} - \frac{M_g}{h} \ell_b - M_a \frac{h}{2} = -54,3 \text{ kN.m} \Rightarrow A_s = 4,3 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4\phi 12,5 \text{ mm}$$

c) Esforço cortante máximo

$$V_{\max} = R_{\max} \cdot \ell_b + \frac{M_g}{h} = 34,5 \text{ kN} \Rightarrow A_{sw} = 2,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

d) Marquise : terra sobre a viga inferior



$$q = 18 \times (1,8 - 0,2) + 25 \times (0,2 \times 0,5) = 31,3 \text{ kN/m}$$

$$M = 31,3 \times \frac{(0,5 - 0,2)^2}{2} = 1,4 \text{ kN.m/m} \Rightarrow A_s = 0,3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\Rightarrow A_s = 2,8 + 2 \times 0,3 = 3,4 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 8 \text{ mm c/ } 15 \text{ cm}$$

Na Figura 2.47 é mostrado o detalhamento completo da armadura das vigas de fechamento da ponte sobre o rio Pau Seco.

VIGA DE FECHAMENTO (20x180) (x2)

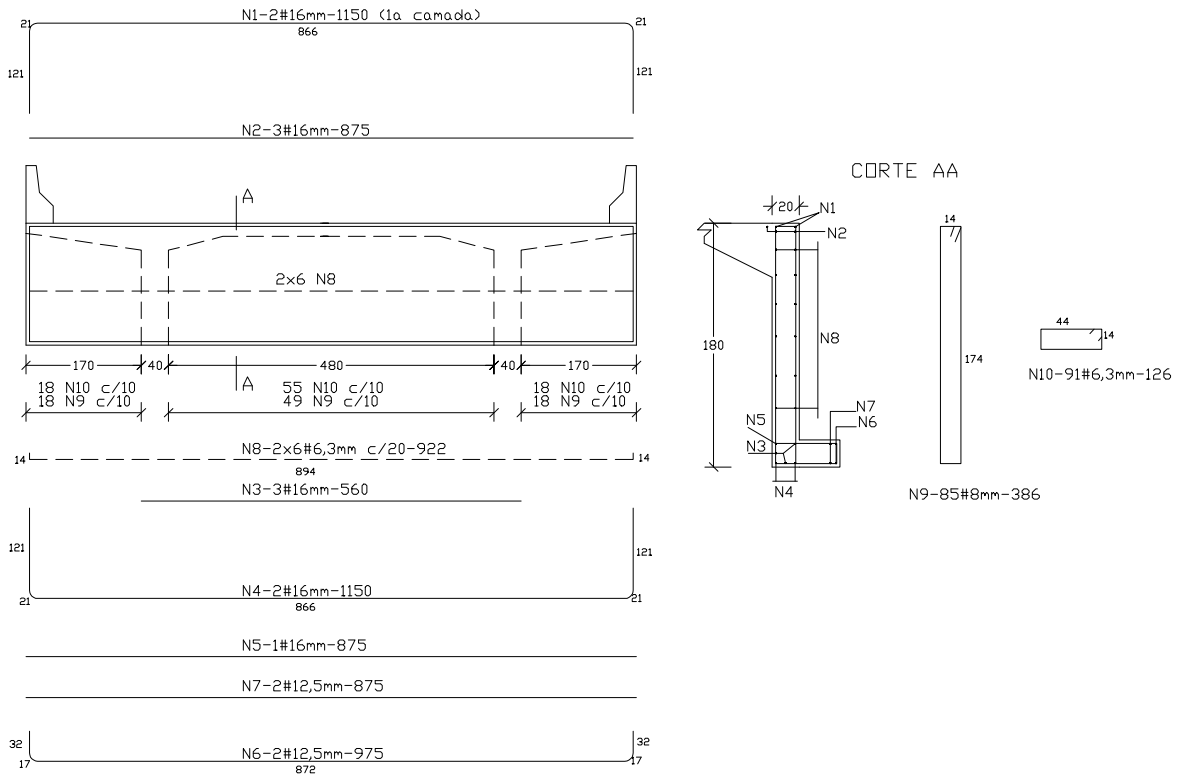


Figura 2.47- Detalhe da armadura das vigas de fechamento.

3. MESOESTRUTURA

3.1 Introdução

A mesoestrutura das pontes é constituída pelos pilares, que têm a função de transmitir os esforços da superestrutura para a infraestrutura (fundações). A cada linha transversal de apoio do tabuleiro correspondem um ou mais pilares. A solução com um único pilar geralmente é adotada em pontes onde a mesoestrutura possui elevada altura ou em viadutos localizados em regiões urbanas por motivos arquitetônicos. Quando são empregados dois ou mais pilares, eles são, normalmente, ligados por vigas horizontais (ou vigas de travamento) formando um pórtico transversal. A escolha do número de pilares e de vigas de travamento depende de diversos fatores, tais como: largura do tabuleiro, altura dos pilares, natureza do tráfego, etc.

Nas pontes cujo sistema estrutural principal é constituído por um pórtico, a ligação entre a superestrutura e a mesoestrutura é monolítica, formando um nó rígido. Quando o sistema estrutural principal da superestrutura é constituído por vigas, isoladas ou contínuas, suas reações são transferidas aos pilares por meio de aparelhos de apoio, que se dividem em:

- a) apoios que só permitem a rotação da viga (rótulas);
- a) apoios que permitem a rotação e a translação da viga, feitos de aço, concreto (pêndulos) ou placas de materiais elastoméricos (neoprene).

Para maiores detalhes sobre a forma de pilares de pontes e sobre alguns detalhes construtivos, recomenda-se a leitura de PFEIL (1988).

3.2 Esforços atuantes nos pilares

Os pilares estão submetidos a esforços verticais e horizontais. Os esforços verticais são produzidos por:

- Reação do carregamento permanente sobre a superestrutura (R_g).

- Reação da carga móvel sobre a superestrutura (R_q). Como a carga móvel assume várias posições, determina-se uma reação máxima e uma reação mínima, a qual pode ser negativa.
- Peso próprio do pilar e das vigas de travamento.
- Reação vertical nos pilares provocada pelo efeito de tombamento da superestrutura devido ao vento incidindo na direção transversal.

Os esforços horizontais que atuam nos pilares são:

a) Esforços longitudinais

- Frenagem ou aceleração da carga móvel sobre o tabuleiro.
- Empuxo de terra e sobrecarga nas cortinas.
- Componente longitudinal do vento incidindo na superestrutura.

b) Esforços transversais

- Vento incidindo na superestrutura.
- Força centrífuga (pontes em curva horizontal).
- Componente transversal de empuxo nas cortinas (pontes esconsas)

c) Esforços parasitários

- Variação de temperatura do vigamento principal.
- Retração do concreto do vigamento principal..

d) Esforços que atuam diretamente nos pilares

- Empuxo de terra.
- Pressão do vento.
- Pressão de água.

Para o dimensionamento, combinam-se os valores máximo e mínimo das reações verticais da superestrutura com os valores dos esforços horizontais compatíveis. Assim, a reação vertical máxima ($R_g + R_q^+$) é combinada com o maior valor da força longitudinal na superestrutura e com a ação do vento transversal sobre a ponte carregada. A reação vertical mínima, por sua vez, é combinada com a força longitudinal devido à frenagem do veículo tipo sobre o tabuleiro e com o esforço do vento transversal incidindo sobre a ponte descarregada.

3.3 Solicitações nos pilares de pontes com sistema estrutural em viga contínua

3.3.1 Distribuição, entre os pilares, dos esforços longitudinais que atuam na superestrutura

Nas pontes, cujo sistema estrutural é formado por vigas contínuas, quando a superestrutura sofre um deslocamento horizontal o topo dos pilares sofrem o mesmo deslocamento por estarem ligados à superestrutura (Figura 3.1). O esforço aplicado ao topo de cada pilar é igual ao produto do deslocamento pela rigidez do pilar (K). Se todos os pilares sofrem o mesmo deslocamento, o esforço transmitido a cada pilar é proporcional à sua rigidez. Dessa forma, o esforço F_i , num pilar genérico i , é dado por:

$$F_i = \frac{K_i}{\sum K} \cdot F$$

Quando cada linha de apoio possuir mais de um pilar, o esforço horizontal transmitido pela superestrutura, que é dividido pelos pilares proporcionalmente à sua rigidez, deve também ser dividido pelo número de pilares que constituem cada apoio.

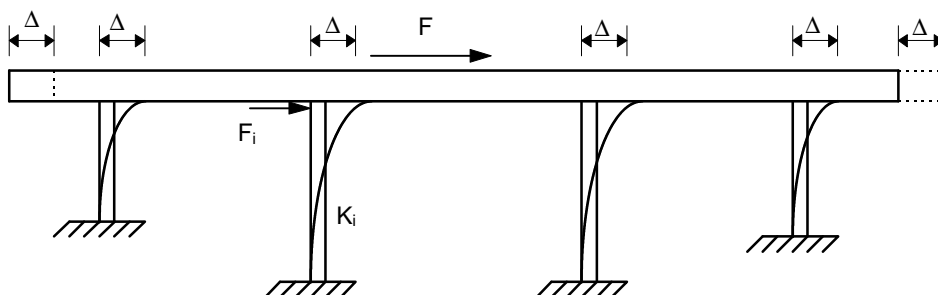


Figura 3.1 - Distribuição, entre os pilares, do esforço longitudinal aplicado à superestrutura.

3.3.2 Rigidez de pilares sujeitos a um esforço horizontal aplicado na extremidade superior

Em um pilar engastado na base e livre no topo, denomina-se flexibilidade δ o deslocamento do topo do pilar quando submetido a um esforço unitário. A rigidez (K) desse mesmo pilar é o esforço que produz um deslocamento unitário no topo (Figura 3.2). A rigidez e a flexibilidade de uma estrutura são relacionadas entre si por $K = 1/\delta$, ou seja, conhecida a flexibilidade de uma estrutura, sua rigidez é obtida pelo inverso da flexibilidade.

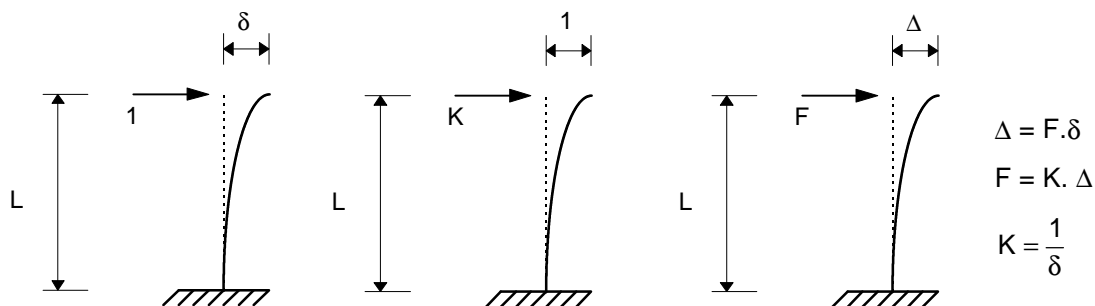


Figura 3.2 - Conceito de flexibilidade e rigidez de um pilar.

Da resistência dos materiais sabe-se que o deslocamento horizontal no topo de um pilar, de inércia constante, engastado na base e livre na outra extremidade vale:

$$\delta = \frac{1}{EI} \cdot \frac{L^3}{3}$$

Logo, a rigidez desse pilar vale:

$$K = \frac{3EI}{L^3}$$

3.3.3 Rigidez de pilares com apoio elastomérico na extremidade superior

Quando a transmissão dos esforços da superestrutura para os pilares é feita através de aparelhos de apoio de borracha (neoprene), a rigidez dos pilares sofre uma modificação devido à contribuição da flexibilidade do neoprene no deslocamento total do topo do pilar.

Seja um pilar engastado na base e livre no topo no qual existe um aparelho de apoio de neoprene, e sejam L e h_n as alturas do pilar e do aparelho de apoio, respectivamente (Figura 3.3). Se ao topo da placa de neoprene for aplicada uma força horizontal unitária ($F = 1$), esta provocará na placa um deslocamento horizontal δ_n . Como o aparelho de apoio está ligado ao pilar, a força horizontal também solicita o topo do pilar, deslocando-o de δ_p . Desse modo, o conjunto aparelho de apoio mais pilar sofre um deslocamento horizontal total de $\delta_p + \delta_n$, e a rigidez desse conjunto, definida como o inverso da flexibilidade, vale:

$$K_c = \frac{1}{\delta_p + \delta_n}$$

sendo δ_p definido no item anterior.

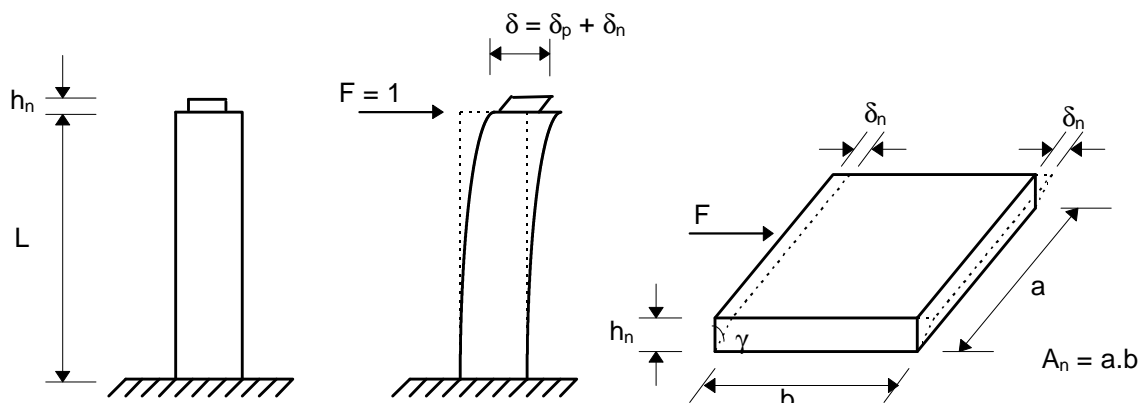


Figura 3.3 - Deformação de um pilar com apoio de neoprene.

O deslocamento do neoprene (δ_n) pode ser obtido a partir da Figura 3.3. A deformação angular da placa de neoprene vale $\gamma = \delta_n/h_n$, onde h_n é a altura da placa. Sendo G_n o módulo de deformação longitudinal do neoprene e A_n a área da projeção horizontal da placa, obtêm-se:

$$\tau = \gamma \cdot G_n$$

$$\text{com } \tau = \frac{F}{A_n} \Rightarrow F = \gamma \cdot G_n \cdot A_n$$

$$\text{com } F = 1 \text{ e } \gamma = \frac{\delta_n}{h_n} \Rightarrow \delta_n = \frac{h_n}{G_n A_n}$$

Logo, a rigidez do conjunto aparelho de apoio mais pilar vale:

$$K_c = \frac{1}{\frac{L^3}{3EI} + \frac{h_n}{G_n A_n}}$$

L : altura do pilar;

$E I$: rigidez à flexão do pilar;

h_n : altura de neoprene no aparelho de apoio;

A_n : área da apoio de neoprene;

G_n : módulo de elasticidade transversal do neoprene ($\approx 1000 \text{ kN/m}^2$).

3.3.4 Rigidez de pilares biengastados

Quando o pilar é biengastado, o procedimento é análogo, podendo a rigidez ser calculada como o inverso da flexibilidade (processo dos esforços) ou obtida diretamente de tabelas. Para o caso particular de pilar biengastado de inércia constante sua rigidez vale:

$$K = \frac{12 EI}{L^3}$$

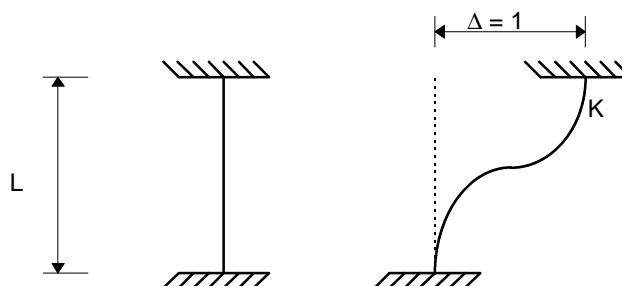


Figura 3.4 - Rigidez de um pilar biengastado.

3.3.5 Influência da posição das cargas sobre o tabuleiro na distribuição dos esforços longitudinais

O cálculo da distribuição do esforço longitudinal entre os pilares é geralmente feito admitindo que o esforço horizontal seja aplicado no eixo de simetria do tabuleiro. No caso de pontes rodoviárias, por exemplo, admite-se que o veículo tipo, ao freiar, esteja circulando no centro da pista de rolamento. Esta simplificação é admissível considerando que, em geral, a largura das pontes é muito menor que o seu comprimento,

3.3.6 Distribuição, entre os pilares, dos esforços transversais que atuam na superestrutura

Devido à grande rigidez que as lajes concedem, no plano horizontal, ao tabuleiro da ponte, este pode ser considerado, sob a ação de esforços transversais, como uma placa sobre apoios elásticos. Quando esses esforços incidem no tabuleiro, este se desloca horizontalmente solicitando os pilares. Se o deslocamento for apenas uma translação na direção horizontal, o problema é análogo ao de distribuição de esforços longitudinais, ou seja, cada eixo recebe um quinhão de carga proporcional à sua rigidez na direção transversal (Figura 3.5). Neste caso, a rigidez transversal de cada pilar (ou eixo) deve ser calculada levando em conta a existência de vigas transversais ligando os pilares que formam, assim, pórticos nessa direção. Para tanto, a rigidez pode ser

calculada como o inverso do deslocamento do topo do pórtico quando nesta posição é aplicada uma força unitária.

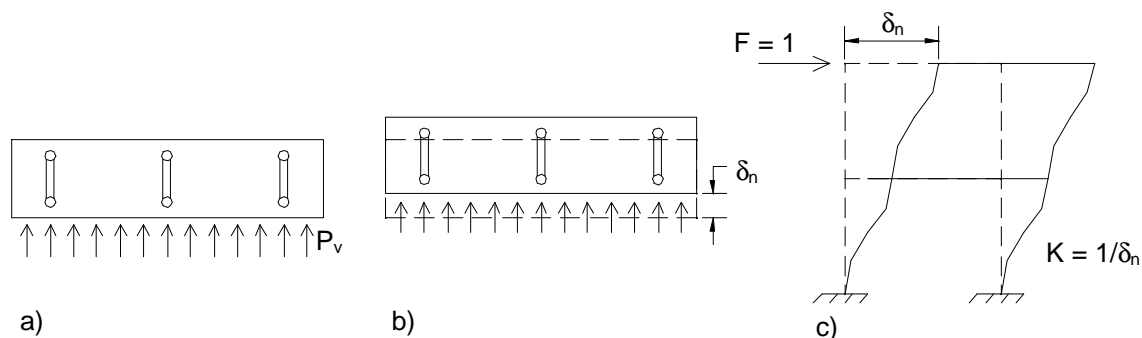


Figura 3.5 - Vista em planta da atuação de esforços transversais no tabuleiro (a); translação horizontal do tabuleiro (b); determinação da rigidez transversal do pórtico (c).

Contudo, esse raciocínio seria verdadeiro apenas se a rigidez transversal de todos os eixos fossem iguais, de modo que o “centro de gravidade” das rigezas transversais coincidissem com o ponto de aplicação da resultante dos esforços transversais. Na esmagadora maioria das situações reais essa condição não ocorre, de forma que simultaneamente à translação do tabuleiro ocorre uma rotação em torno do “centro de gravidade” das rigezas transversais (ponto O da Figura 3.6).

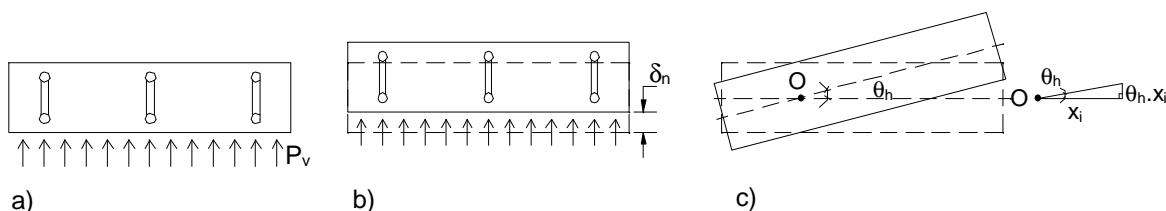


Figura 3.6 - Vista em planta da atuação de esforços transversais no tabuleiro (a); translação horizontal do tabuleiro (b); rotação horizontal do tabuleiro em torno do ponto O (c).

Quando ocorre a rotação do tabuleiro, cada pilar P_i , distante x_i do ponto O, sofre um deslocamento horizontal $\theta_h \cdot x_i$, perpendicular ao eixo da ponte na posição original. Ao deslocamento do pilar corresponde um esforço $K_i \cdot \theta_h \cdot x_i$ na direção do deslocamento, sendo K_i a rigidez do pilar (ou eixo) na direção desse deslocamento.

Fazendo o equilíbrio do sistema obtêm-se:

$$F_{res} = \sum \bar{F}_i$$

$$M_{res} = \sum K_i \theta_h x_i \cdot x_i = \sum K_i \theta_h x_i^2 = \theta_h \sum K_i x_i^2$$

sendo: F_{res} : resultante das forças horizontais atuantes no tabuleiro;

M_{res} : momento resultante devido à excentricidade do ponto de aplicação de F_{res} com relação ao ponto O ($M_{res} = F_{res} \cdot e$);

\bar{F}_i : força resistida por cada pilar devido à translação δ_h .

Logo, a força total resistida por um pilar qualquer será igual à soma das forças devidas à rotação e à translação, ou seja:

$$F_i = \bar{F}_i \pm K_i \theta_h x_i$$

onde o sinal é positivo quando os deslocamentos são no mesmo sentido e negativo quando forem em sentidos contrários. Do estudo da distribuição de forças longitudinais sabe-se que $\bar{F}_i = \frac{K_i}{\sum K} F_{res}$, logo:

$$F = \frac{K_i}{\sum K} F_{res} \pm K_i \theta_h x_i, \text{ mas } \theta_h = \frac{M_{res}}{\sum K_i x_i^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{K_i}{\sum K} F_{res} \pm \frac{K_i F_{res} e x_i}{\sum K_i x_i^2} \Rightarrow F = F_{res} \cdot K_i \left(\frac{1}{\sum K} \pm \frac{e \cdot x_i}{\sum K_i \cdot x_i^2} \right)$$

Essa expressão é semelhante à obtida do estudo de flexo-compressão em seções planas, onde $\sum K$ representa a área da seção e $\sum K_i x_i^2$ representa a inércia da seção.

Para a determinação da excentricidade da resultante das forças transversais (e), é necessário conhecer o “centro de gravidade” das rigezas que pode ser obtido por analogia com o centro de gravidade de uma seção qualquer, isto é:

$$x_g = \frac{\sum K x}{\sum K}$$

Para a obtenção da força total em cada pilar, foi admitido que as forças devido à rotação e à translação estivessem na mesma direção. A rigor esta hipótese não é válida, a não ser que a rotação possa ser considerada muito pequena.

Em alguns casos, procurando simplificar a distribuição dos esforços transversais, a rigidez na direção transversal é tomada igual à rigidez na direção longitudinal, já calculada quando da distribuição dos esforços longitudinais do tabuleiro.

O procedimento aqui apresentado é válido quando não há juntas no tabuleiro. Se houverem juntas, esse procedimento deve ser aplicado isoladamente a cada trecho contínuo do tabuleiro. No caso extremo quando o tabuleiro é constituído por vigas biapoiadas em cada tramo, cada eixo receberá metade do esforço transversal proveniente dos tramos adjacentes a ele.

3.3.7 Cálculo dos esforços decorrentes de deformações internas do estrado

Sob a ação da retração do concreto, o tabuleiro se encurta. Sob ação da temperatura, o tabuleiro se alonga ou se encurta, conforme a temperatura cresça ou decresça. Dada a sua ligação com o tabuleiro, os pilares são obrigados a acompanhar esse movimentos, resultando esforços aplicados nos topos dos pilares.

O efeito da retração pode ser assimilado a uma variação de temperatura de -15°C

Quando todos os pilares sobre os quais o estrado se apoia são elásticos, os movimentos de alongamento e encurtamento ocorrem nos dois sentidos da direção longitudinal do tabuleiro e há, evidentemente, um plano perpendicular a essa direção no qual não ocorrem deslocamentos. Esse plano fica localizado no “centro de gravidade” das rigezas longitudinais, o qual é determinado de forma análoga ao “centro de gravidade” das rigezas transversais.

Conhecida a distância \bar{x} de cada pilar ao ponto indeslocável, o deslocamento de seu topo é dado pela expressão $\alpha_c \cdot \Delta T \cdot \bar{x}$, no qual α_c é o coeficiente de dilatação térmica do concreto armado ($10^{-5} / ^{\circ}\text{C}$) e ΔT é a variação de temperatura. O esforço aplicado no topo de cada pilar, devido à retração e à variação de temperatura, é dado por:

$$F = K \cdot \alpha_c \cdot \Delta T \cdot \bar{x}, \text{ onde } K \text{ é a rigidez longitudinal do pilar}$$

Sob a ação da variação de temperatura, o tabuleiro pode alongar-se ou encurtar-se, mas a retração causa sempre encurtamento do tabuleiro. Frequentemente, afim de evitar assimetria de armação nos pilares, considera-se uma variação de $\pm 25^{\circ}\text{C}$ nos cálculos das solicitações, sendo que 15°C correspondem à retração e 10°C à variação de temperatura.

3.3.8 Empuxo de terra nos pilares

Quando os pilares possuem em seu topo pêndulos ou outros tipos de aparelhos móveis (de rolamento ou de deslizamento), os empuxos de terra que recebem devem ser resistido pelos próprios pilares, isoladamente, e, nestes casos, eles se comportam, devido ao seu engastamento na fundação, como vigas em balanço.

Nos pilares cujo topo é dotado de rótula ou apoio de borracha, ou engastado na superestrutura, o empuxo de terra provoca reação horizontal na ligação do pilar com a superestrutura. O problema que então se apresenta é resolvido pelo artifício de separação das deslocabilidades (Figura 3.7).

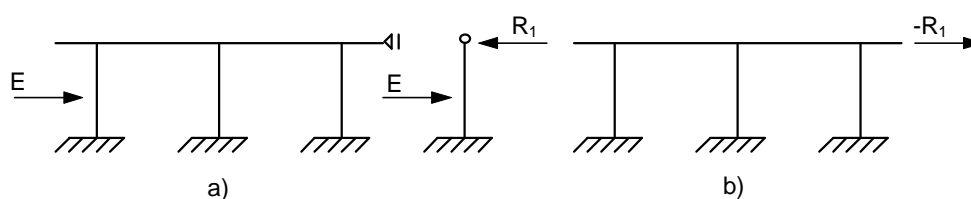


Figura 3.7 - Distribuição do empuxo de terra (E) entre os pilares. Esquema admitindo o tabuleiro apoiado horizontalmente (a); aplicação da reação R_1 na estrutura real.

No caso da Figura 3.7, o pilar extremo P_1 está submetido a um empuxo horizontal E . Admitindo um apoio fictício no topo do pilar P_1 surge, no mesmo, uma reação R_1 , calculada admitindo o pilar engastado na base e rotulado na extremidade superior. Como o apoio é fictício, aplica-se a força $-R_1$ à estrutura, distribuindo-a entre os pilares. A parcela recebida pelo pilar P_1 é dada pela expressão $-R_1 \frac{K_1}{\sum K}$. A reação efetiva na parte superior do pilar P_1 é então dada por: $R_1 \left(1 - \frac{K_1}{\sum K}\right)$.

No caso do pilar com almofada de neoprene na parte superior, a reação R_1 (calculada com pilar engastado na base e livre no topo) é inicialmente reduzida pela flexibilidade do apoio de neoprene, supondo o estado indeslocável. Obtêm-se então a reação:

$$R_1 \frac{K_n}{K_{c1}} = R_1 \frac{K_n}{\frac{1}{\delta_n + \delta_p}} = R_1 \frac{G_n A_n}{h_n} \left(\frac{L^3}{3EI} + \frac{h_n}{G_n A_n} \right)$$

sendo: K_n : rigidez do apoio de neoprene;

δ_p e δ_n : deslocabilidade do pilar e do neoprene, respectivamente;

K_{c1} : rigidez do conjunto aparelho de apoio + neoprene.

A reação final, considerando a deslocabilidade do tabuleiro, é dada por (Figura 3.8):

$$R_1 \frac{K_n}{K_{c1}} \left(1 - \frac{K_{c1}}{\sum K} \right)$$

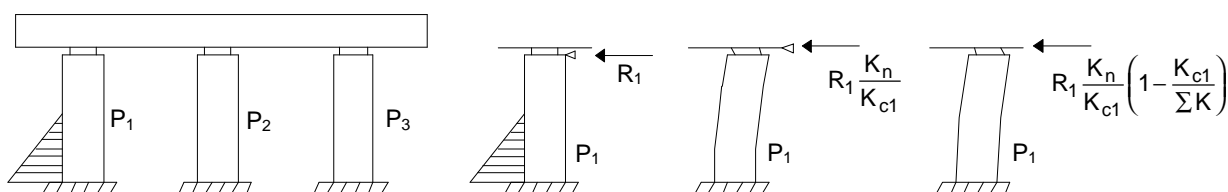


Figura 3.8- Distribuição do empuxo de terra entre os pilares quando o pilar P₁ possui aparelho de neoprene na extremidade superior.

3.3.9 Pressão de vento e água nos pilares

Sob a ação dos esforços horizontais provocados pela pressão do vento e da água, cada conjunto de pilares, geralmente constituindo um pórtico transversal por apoio, comporta-se como engastado na fundação e elasticamente apoiado na superestrutura, provocando, portanto, reações em seus topos.

É comum, entretanto, no dimensionamento dos pórticos transversais constituídos pelos pilares, ser desprezada a redistribuição pelo tabuleiro dos esforços produzidos pelo vento e pela água diretamente sobre os pilares. Nessas condições, os pórticos são dimensionados para resistir aos esforços transversais de vento e pressão d'água neles aplicados.

3.3.10 Solução empregando análise matricial

O trabalho de cálculo da distribuição de esforços horizontais pelos pilares pode ser grandemente facilitado pelo emprego de programas computacionais para análise de estruturas de barras, através de análise matricial, quer planas ou espaciais.

A seguir são apresentadas algumas sugestões para a modelagem da estrutura de forma que os resultados representem o comportamento da estrutura com o maior realismo possível. As pontes retas com sistema estrutural em viga (contínua ou

biapoiada) podem ser analisadas, quanto à distribuição dos esforços horizontais longitudinais atuantes no tabuleiro, com o auxílio de programas de pórticos planos. O principal cuidado a tomar é o de incorporar o aparelho de apoio ao pilar como elemento deformável adicional. Na Figura 3.9 são mostradas duas soluções possíveis para a incorporação do aparelho de apoio ao pórtico plano.

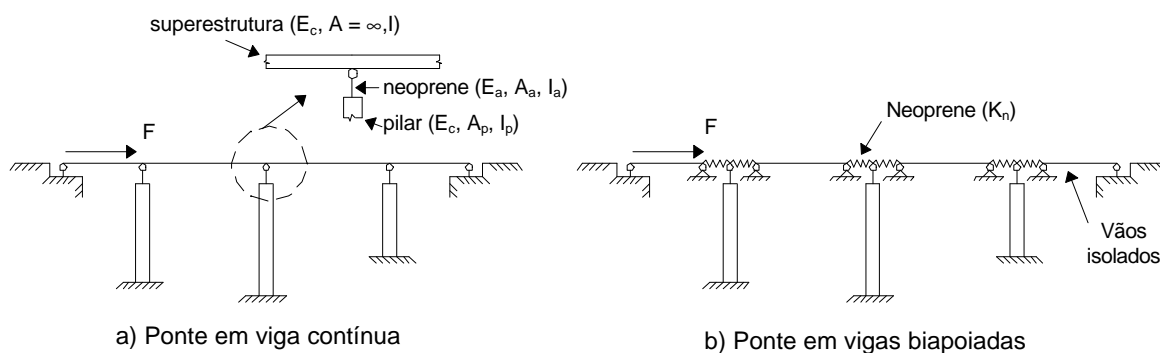


Figura 3.9 - Distribuição de esforços longitudinais empregando programas de pórticos planos.

No caso (a) da Figura 3.9, está representada uma ponte com superestrutura contínua. Os pilares, com os aparelhos de apoio (neoprene), são simulados por duas barras com características diferentes. A ligação da superestrutura com os pilares é feita através de uma pequena barra com as características do neoprene (E_a , A_a , I_a). Essa barra é rotulada na ligação com a superestrutura, de forma a permitir a rotação da viga principal, e ligada de forma rígida à barra que representa o pilar com características E_c , A_p , I_p , onde E_c é o módulo de elasticidade do concreto.

O caso (b) da Figura 3.9 representa uma ponte cuja superestrutura é constituída por vigas biapoiadas nos pilares. Neste caso, a ligação da superestrutura com os pilares é simulada por molas horizontais cuja rigidez é igual à rigidez da placa de neoprene quando submetida a um esforço horizontal no topo (K_n), já deduzida anteriormente.

É possível montar um modelo de cálculo mais complexo incluindo a deformação do terreno. A ponte em fundação profunda da Figura 3.10 (a) pode ser substituída pela estrutura idealizada da Figura 3.10 (b), na qual as molas C_1 reproduzem os aparelhos de apoio, as molas C_2 a contenção lateral do terreno e as barras representam as vigas, os pilares e os tubulões. A rigidez dos diversos elementos deve ser definida de forma adequada a melhor representar o comportamento real da estrutura.

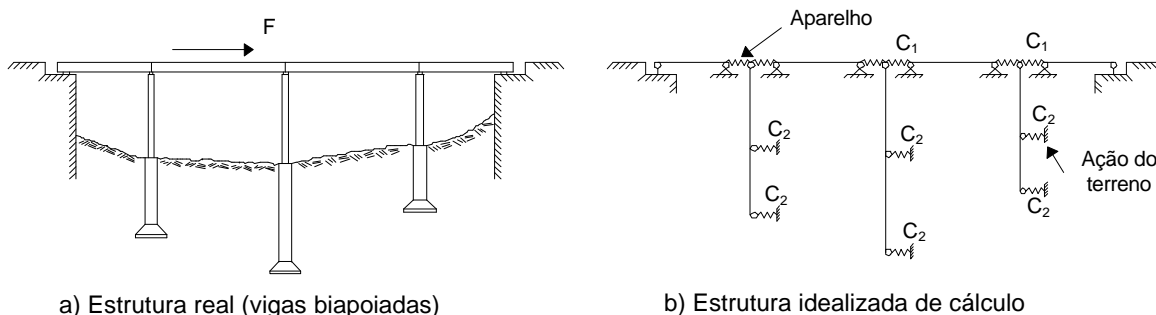


Figura 3.10 - Estrutura idealizada de cálculo incluindo a contenção lateral do terreno.

3.4 Solicitações na fundação ao nível do terreno

No caso de tubulões com pilar livre na extremidade superior (Figura 3.11), o cálculo das solicitações H_0 , N_0 , M_0 na seção ao nível do terreno, se faz com as equações da estática, uma vez que o sistema é estaticamente determinado.

Quando os pilares ligados aos tubulões têm vinculações mais complexas com a estrutura, o sistema é estaticamente indeterminado, tornando mais difícil o cálculo das solicitações H_0 , N_0 , M_0 atuantes ao nível do terreno.

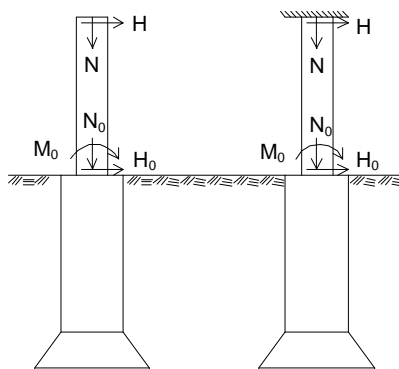


Figura 3.11 - Exemplos de ligação da mesoestrutura com a superestrutura.

No caso de tubulão ou estaca de grande comprimento enterrado ($L \geq 4L_0$), é possível resolver o problema hiperestático considerando o tubulão engastado a uma profundidade fictícia $1,8L_0$, abstraindo-se da contenção lateral do terreno (PFEIL (1988)). As solicitações calculadas com o tabuleiro suposto engastado na profundidade $1,8L_0$ são válidas para as seções não enterradas. As solicitações na parte enterrada dos tubulões são calculadas a partir dos valores de H_0 , N_0 , M_0 ao nível do terreno utilizando-se soluções particulares, como discutido em PFEIL (1988).

3.4.1 Solicitações no fuste de tubulões ou estacas

Os tubulões e as estacas são elementos estruturais total ou parcialmente enterrados, ligados à meso e à superestrutura de maneira simples ou complexa. As solicitações nos fustes dos tubulões ou das estacas são calculadas levando-se em conta estas ligações e ainda os efeitos da contenção lateral do terreno.

As pressões laterais são função dos deslocamentos transversais do tubulão. As leis de variação dependem de diversos fatores, não sendo possível adotar uma hipótese que cubra todos os casos da prática.

O problema pode ser abordado em regime elástico ou inelástico. No tratamento elástico, designando-se q a força lateral exercida pelo terreno sobre o fuste do tubulão, pode escrever-se uma equação diferencial obtida da conhecida expressão da linha elástica em resistência dos materiais:

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + N \frac{d^2 y}{dz^2} + q = 0$$

sendo: EI : rigidez à flexão da estaca ou tubulão;

N : força normal;

q : força transversal.

A solução dessa equação dependerá da lei de variação adotada para a força lateral q do terreno. Essa lei é essencialmente empírica, dependendo de diversos parâmetros, como deslocamento transversal do tubulão, diâmetro do mesmo, profundidade, tipo e velocidade de carregamento, número de aplicação de cargas, etc.

Nos casos mais correntes da prática (solos não coesivos, argilas e siltes normalmente adensados), a força lateral do terreno pode ser admitida proporcional ao deslocamento transversal y do fuste do tubulão e à profundidade z do ponto considerado. A lei física pode ser então expressa por:

$$q = K_h \cdot z \cdot y$$

Introduzindo essa expressão na equação diferencial da linha elástica, obtêm-se uma equação que pode ser integrada, levando-se em conta as condições de contorno, isto é, as ligações do tubulão com a estrutura. Os resultados se exprimem em função de um comprimento elástico L_0 dado por:

$$L_0 = \sqrt[5]{\frac{EI}{K_h}}$$

O coeficiente K_h de reação lateral do terreno é obtido em ensaios de carga horizontal de estacas e tubulões e, nessa expressão, refere-se à largura total da estaca ou tubulão. Na Tabela 3.1, transcrita de PFEIL (1988), são apresentados os valores numéricos para utilização prática.

Tabela 3.1 - Valores do coeficiente K_h , referido à largura total da estaca.

Tipo de solo	SPT	K_h (kN/m ³)	
		solo seco ou úmido	solo submerso
Areia média	5 - 10	2500	1500
Areia compacta	10 - 25	7000	5000
Areia muito compacta	> 25	20000	12500
Areia fofa, carga estática	5		1000
Areia fofa, carga cíclica	< 5		400
Argila muito mole, carga estática	< 2	500	
Argila muito mole, carga cíclica	< 2	300	
Silte orgânico fofo	< 3	300	
Argila mole	2 - 4	1000	
Argila média	4 - 10	2500	

3.5 Cálculo dos esforços horizontais nos pilares da ponte sobre o rio Pau Seco

Apresenta-se neste item o cálculo dos esforços horizontais, longitudinais e transversais, atuantes nos pilares e nos tubulões da ponte sobre o rio Pau Seco. Na Figura 3.12 é mostrada uma vista longitudinal da ponte com indicação das principais dimensões da mesoestrutura e da infraestrutura.

3.5.1 Definição da estrutura

A mesoestrutura da ponte é constituída por dois pilares circulares maciços, por eixo, com 1,0 m de diâmetro cada. Na direção transversal esses pilares são ligados por duas vigas de travamento, uma a 80 cm do topo do pilar e outra na ligação do pilar com o tubulão, formando, assim, pórticos planos nessa direção. As vigas de travamento foram pré-dimensionadas com dimensões de 40 cm x 80 cm.

Para a infraestrutura foram adotados tubulões encamisados com base pronta. A escavação será realizada com ar comprimido devido à presença de água. Foram adotados tubulões com base pronta pelo fato de ser possível retorná-los ao prumo caso estes venham a sofrer algum desvio durante a escavação, procedimento este mais difícil em tubulões onde o alargamento da base é realizado após o tubulão atingir sua cota de assentamento. Este problema pode ser ainda maior se for levado em consideração a grande profundidade em que ficarão assentados os tubulões, a qual é definida em função do início da camada rochosa.

O diâmetro do fuste dos tubulões foi pré-dimensionado em 1,40 m. Essa dimensão foi definida pelo fato da camisa de concreto do tubulão, que será empregada para auxiliar a escavação por ar comprimido, ter espessura mínima de 20 cm, além do que se deseja um diâmetro livre 1,0 m para o trabalho de escavação dos operários

Quanto aos materiais, serão empregados o aço CA-50A, concreto com $f_{ck} = 18$ MPa nos pilares e nas vigas de travamento, e concreto com $f_{ck} = 15$ MPa nos tubulões. Devido ao grande diâmetro do fuste dos tubulões, um concreto com $f_{ck} = 15$ MPa é suficiente para resistir aos esforços que surgirão nos fustes.

Para os aparelhos de apoio foram adotadas rótulas de concreto, as quais impedem os deslocamentos horizontais. Esta escolha foi baseada na observação da pequena rigidez dos pilares, o que significa admitir que não deve haver um aumento significativo nos esforços no topo dos pilares, devido à temperatura e à retração, pelo emprego de rótulas no lugar de aparelhos de apoio em neoprene. Ponderou-se, também, o fato que os aparelhos de apoio em rótulas de concreto são mais econômicos que os em neoprene.

3.5.2 Cálculo dos esforços longitudinais no tabuleiro

3.5.2.1 Frenagem e aceleração

Deve ser adotado o maior dos seguintes valores (NBR-7187):

- 5% do valor do carregamento na pista de rolamento com as cargas distribuídas.

$$5\%.A.q = 5\% \times (8,2 \times 64,0) \times 5 = 131,2 \text{ kN}$$

- 30% do peso do veículo tipo.

$$30\% \times 450 = 135 \text{ kN}$$

Para o dimensionamento dos pilares será adotado o segundo valor, por ser o mais desfavorável.

3.5.2.2 Empuxo de terra nas cortinas

Nesta ponte, as vigas de fechamento na extremidades dos balanços têm 9,0 m de largura e 1,8 m de altura. O empuxo de terra sobre as mesmas, de acordo com a teoria de Rankine, será:

$$E = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma \cdot b \cdot h^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 18 \times 9,0 \times 1,8^2 = 87,5 \text{ kN}$$

O empuxo devido à carga móvel sobre o aterro de acesso pode ser calculado considerando o carregamento uniformemente distribuído e cujo valor pode ser estimado transformando o peso do veículo-tipo em um carregamento equivalente uniformemente distribuído, o qual deve ser composto com a carga de multidão q .

$$q_v = \frac{\text{Peso do veiculo}}{3 \times 6} = \frac{450}{3 \times 6} = 25 \text{ kN/m}^2$$

$$\bar{q} = \frac{q_v \times 3 + q \times (b - 3)}{b} = \frac{25 \times 3 + 5 \times (9 - 3)}{9} = 11,67 \text{ kN/m}^2$$

Sendo o carregamento uniformemente distribuído sobre o aterro, o empuxo horizontal na viga de fechamento, devido à carga móvel, vale:

$$E_q = K_a \cdot \bar{q} \cdot b \cdot h = \frac{1}{3} \times 11,67 \times 9 \times 1,8 = 63 \text{ kN}$$

Como a ponte não apresenta juntas de dilatação no tabuleiro, é usual considerar que os empuxos devidos ao aterro se equilibram, adotando para cálculo dos pilares apenas o empuxo diferencial devido à carga móvel sobre o aterro de acesso em apenas uma das extremidades da ponte. Contudo, a obre deve ser estável sob a ação de um empuxo unilateral E na viga de fechamento, podendo, neste caso, omitir os efeitos da carga móvel (caso de ponte sem tráfego com aterro encostado apenas em um lado).

3.5.2.3 Componente longitudinal do vento na superestrutura

Para pontes em laje ou vigas com até 38 m de vão, pode-se adotar um critério simplificado que admite o esforço total de vento agindo na direção transversal, e ainda, simultaneamente, as seguintes porcentagens do esforço total agindo na direção longitudinal:

vento na superestrutura: 25%

vento na carga móvel : 40 %

Quando a ponte está descarregada, a NBR-7187 admite a incidência de um vento transversal que provoca uma pressão de $1,5 \text{ kN/m}^2$. Quando ela está carregada, a norma admite uma pressão de vento menor, igual a $1,0 \text{ kN/m}^2$, que atua numa área de obstrução formada pela projeção horizontal do tabuleiro acrescida da projeção horizontal dos veículos sobre a ponte. No caso de pontes rodoviárias, esses veículos são admitidos posicionados sobre toda a extensão da ponte com uma altura total de 2,0 m.

Nessas condições, a parcela longitudinal do vento vale:

- ponte descarregada (admitindo um guarda rodas com 87 cm de altura):

$$1,5 \times 0,25 \times (1,80 + 0,87) \times 64 = 64,1 \text{ kN}$$

- ponte carregada (admitindo uma espessura de 8 cm para o pavimento):

$$1,0 \times [(1,8 + 0,08) \times 0,25 + 2,0 \times 0,4] \times 64 = 81,3 \text{ kN}$$

Para o dimensionamento dos pilares será adotado o segundo valor, por ser mais desfavorável.

3.5.3 Cálculo dos esforços transversais no tabuleiro

Nesta ponte, o único esforço transversal atuando no tabuleiro é o vento incidindo nessa direção. Há duas situações a considerar:

- Ponte descarregada
 $1,5 \times (1,80 + 0,87) \times 64 = 256,3 \text{ kN}$
- Ponte carregada
 $1,0 \times (1,80 + 0,08 + 2,0) \times 64 = 248,3 \text{ kN}$

Para o dimensionamento dos pilares será adotado o primeiro valor, por ser mais desfavorável. Essa força é admitida atuando num ponto situado na metade do comprimento da ponte e a uma altura, em relação à face inferior da viga principal, igual a 1,335 m.

3.5.4 Distribuição, entre os pilares, dos esforços longitudinais no tabuleiro

Os esforços longitudinais que atuam no tabuleiro da ponte são:

Frenagem : 135 kN

Empuxo na viga de fechamento (carga móvel) : 63 kN

Componente longitudinal do vento : 81,3 kN

O esforço longitudinal total distribui-se pelos pilares da ponte na proporção de suas respectivas rigezas. Para a determinação da rigidez dos pilares, é necessário levar em consideração a ligação dos pilares com os tubulões, a qual forma uma estrutura aporticada parcialmente enterrada. Contudo, como visto anteriormente, é possível desprezar a interação do solo com a estrutura e substituir a estrutura real por uma simplificada, composta pelos pilares e tubulões que são admitidos engastados em uma certa profundidade. Nessa estrutura é desprezada a contenção lateral do terreno.

Para a determinação da profundidade de engastamento, é necessário calcular o comprimento elástico L_0 , que é função do coeficiente de reação lateral do terreno (K_h). Do relatório de sondagem desta ponte observou-se que, de forma geral, o solo era constituído por silte arenoso com um SPT entre 10 e 25. Dessa forma, adotou-se $K_h = 5000 \text{ kN/m}^3$ (solo submerso). Obtêm-se, portanto:

$$E_c = 0,9 \times 6640 \sqrt{f_{ck} + 3,5} = 0,9 \times 6640 \sqrt{15 + 3,5} = 25700 \text{ MPa}$$

$E_c = 2,57 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ (módulo de deformação longitudinal do concreto segundo a NBR-6118)

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \times 1,4^4}{64} = 0,1886 \text{ m}^4$$

$$L_0 = \sqrt[5]{\frac{E_c I}{K_h}} = \sqrt[5]{\frac{2,57 \times 10^7 \times 0,1886}{5000}} = 3,96 \text{ m}$$

Logo, os tubulões podem ser considerados engastados a $1,8L_0 = 7,1 \text{ m}$ de profundidade. Na Figura 3.13 é mostrado o esquema adotado para o cálculo das rigezas dos pilares.

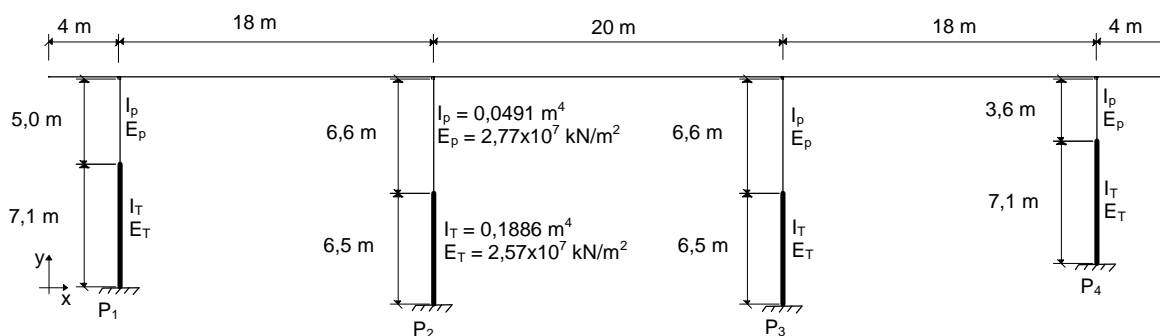


Figura 3.13 - Esquema para distribuição de esforços longitudinais entre os pilares.

Para o cálculo da rigidez do pilar deve-se levar em consideração a existência de características diferentes entre o pilar e o tubulão. Da resistência dos materiais é possível obter que fornece o deslocamento no topo de um pilar, engastado na base e livre no topo, formado por barras com características diferentes (Figura 3.14).

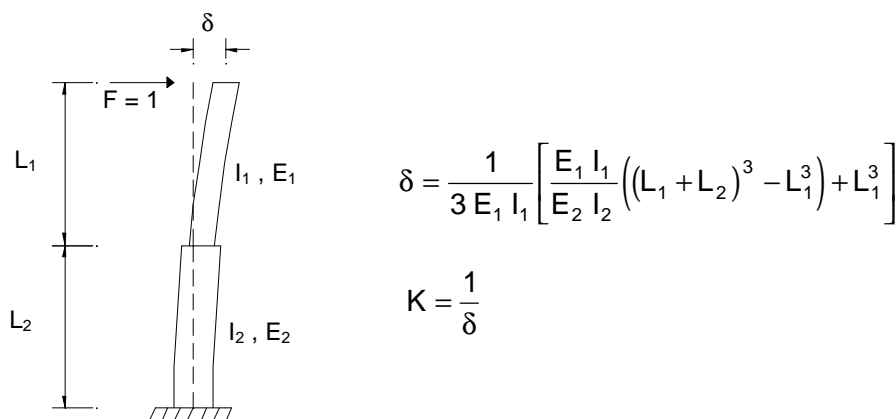


Figura 3.14 - Rigidez de um pilar engastado na base e livre no topo formado por duas barras com características diferentes.

Na Tabela 3.2 estão indicadas a rigidez absoluta, a rigidez relativa e a posição de cada pilar com relação ao “centro de gravidade” das rigezas (x_g).

Tabela 3.2 - Rigidez dos pilares na direção longitudinal

Pilar	Rigidez (kN/m)	Rigidez relativa (K)	x (m)	K.x	x ₁ (m)
P ₁	6951	0,253	4,00	1,01	-31,91
P ₂	4871	0,177	22,00	3,89	-13,91
P ₃	4871	0,177	42,00	7,43	6,09
P ₄	10814	0,393	60,00	23,58	24,09
Σ	27507	1,000	-	35,91	-

Obs: $x_g = \frac{\sum K \cdot x}{\sum K} = 35,91 \text{ m}$, x: medido a partir da extremidade da ponte

x₁: medido a partir de x_g (x₁ = x - x_g)

Na Tabela 3.3 é mostrada a parcela do esforço longitudinal atuante no tabuleiro que cada pilar recebe (a força já se encontra dividida pelo número de pilares na direção transversal).

Tabela 3.3 - Esforços longitudinais nos pilares devidos às ações no tabuleiro.

Pilar	Rigidez relativa	F (kN)
P ₁	0,253	35,33
P ₂	0,177	24,72
P ₃	0,177	24,72
P ₄	0,393	54,88
Σ	1,000	136,65

Obs: a força longitudinal já se encontra dividida pelos pilares transversais.

3.5.5 Distribuição, entre os pilares, dos esforços transversais no tabuleiro

Na ponte em estudo, o único esforço transversal atuante no tabuleiro é o vento incidindo na direção transversal. Para a distribuição desse esforço serão empregadas as rigezas transversais dos pilares, as quais são obtidas do estudo da flexibilidade dos pórticos planos, formados nesta direção, pelos pilares e pelas vigas de travamento. Tomando como origem das abcissas a extremidade da ponte, obtêm-se os valores da Tabela 3.4.

Na última coluna da Tabela 3.4 são mostradas as rigezas (relativa) dos pilares na direção longitudinal, calculadas no item anterior. Observa-se que estes valores são próximos aos obtidos para a rigidez relativa transversal (diferença máxima de 15%).

Dessa forma, muitas vezes é empregada a rigidez longitudinal ao invés da rigidez transversal (calculada a partir de um pórtico transversal) para a distribuição dos esforços transversais atuantes no tabuleiro. Essa aproximação é válida para este tipo de estrutura constituída por pilares circulares ligados por vigas transversais.

Tabela 3.4 - Rigidez dos pilares na direção transversal

Pilar	Rigidez (kN/m)	Rigidez relativa (K)	x (m)	K.x	x ₁ (m)	K.x ₁ ²	Rigidez relativa longitudinal
P ₁	57000	0,257	4,00	1,03	-30,19	234,24	0,253
P ₂	45200	0,204	22,00	4,49	-12,19	30,31	0,177
P ₃	45200	0,204	42,00	8,57	7,81	12,44	0,177
P ₄	74100	0,335	60,00	20,10	25,81	223,16	0,393
Σ	221500	1,000	-	34,19	-	500,15	1,000

Obs: $x_g = \frac{\sum K \cdot x}{\sum K} = 34,19 \text{ m}$, x: medido a partir da extremidade da ponte

x₁: medido a partir de x_g (x₁ = x - x_g)

A ação do vento atua com uma excentricidade (e) em relação ao centro de gravidade das rigezas igual a:

$$e = x_g - \frac{64}{2} = 34,19 - 32 = 2,19 \text{ m}$$

A parcela da força transversal que cada eixo absorve é obtida por uma expressão análoga à da flexão composta:

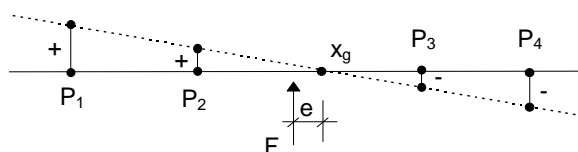
$$F_i = F \cdot K_i \left(\frac{1}{\sum K} \pm \frac{e \cdot x_1}{\sum K x_1^2} \right)$$

$$\text{Eixo 1: } F_1 = 256,3 \times 0,257 \times \left(1 + \frac{2,19 \times 30,19}{500,15} \right) = 256,3 \times 0,291 = 74,58 \text{ kN}$$

$$\text{Eixo 2: } F_2 = 256,3 \times 0,204 \times \left(1 + \frac{2,19 \times 12,19}{500,15} \right) = 256,3 \times 0,215 = 55,10 \text{ kN}$$

$$\text{Eixo 3: } F_3 = 256,3 \times 0,204 \times \left(1 - \frac{2,19 \times 7,81}{500,15} \right) = 256,3 \times 0,197 = 50,49 \text{ kN}$$

$$\text{Eixo 4: } F_4 = 256,3 \times 0,335 \times \left(1 - \frac{2,19 \times 25,81}{500,15} \right) = 256,3 \times 0,297 = 76,12 \text{ kN}$$



3.5.6 Esforços nos pilares devidos à retração e à variação de temperatura

Para calcular os esforços nos pilares devidos à retração, será admitido uma variação de temperatura de 15°C na estrutura. Admitindo que a estrutura também esteja sujeita a uma variação de temperatura de 15°C , a variação total de temperatura a ser aplicada à estrutura será de 30°C .

O esforço recebido por um pilar é dado por: $F_i = K_i \cdot \alpha_t \cdot \Delta T \cdot x_i$, na qual K_i representa a rigidez absoluta longitudinal do pilar, α_t o coeficiente de dilatação térmica do concreto ($\alpha_t = 10^{-5} / ^{\circ}\text{C}$), ΔT a variação total de temperatura, e x_i a distância do pilar ao ponto indeslocável do tabuleiro, o qual coincide com o “centro de gravidade” das rigezas. Dessa forma, têm-se:

$$\text{Pilar 1: } F_1 = 6951 \times 10^{-5} \times 30 \times (-31,91) = -66,54 \text{ kN}$$

$$\text{Pilar 2: } F_2 = 4871 \times 10^{-5} \times 30 \times (-13,91) = -20,33 \text{ kN}$$

$$\text{Pilar 3: } F_3 = 4871 \times 10^{-5} \times 30 \times 6,09 = 8,90 \text{ kN}$$

$$\text{Pilar 4: } F_4 = 10814 \times 10^{-5} \times 30 \times 24,09 = 78,15 \text{ kN}$$

$$\Sigma = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \approx 0$$

Observa-se que a soma dos esforços, provocados pela temperatura mais a retração, dá resultado nulo. Isto ocorre porque tais esforços são produzidos por ações internas sem qualquer interferência de solicitações externas.

3.5.7 Esforços nos pilares devidos ao empuxo de água

Na direção transversal os pilares estão sujeitos a empuxos devidos à pressão da água em movimento que incide sobre eles. Esse empuxo pode ser obtido por: $P = C \cdot v^2$, onde C é um coeficiente adimensional, igual a 0,34 para pilares de seção circular, e v é a velocidade de escoamento da água, a qual pode ser obtida pela fórmula de Manning quando do cálculo da máxima cheia. Para esta ponte, foi obtido $v = 2,5 \text{ m/s}$, logo:

$$P = 0,34 \times 2,5^2 = 2,13 \text{ kN/m}^2$$

A força aplicada no pilar é igual à pressão da água multiplicada pela área de obstrução que, no caso de pilares circulares, é tomada igual à metade do perímetro do pilar.

$$q = P \frac{\pi \cdot d}{2} = 2,13 \times \frac{\pi \times 1,0}{2} = 3,35 \text{ kN/m}$$

3.5.8 Esforços nos pilares devidos ao empuxo de terra

Na ponte em estudo, os pilares P_1 e P_4 estão sujeitos ao empuxo de terra dos taludes de acesso. O coeficiente de empuxo ativo em aterros com superfície inclinada é dado por:

$$K_a = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \alpha \cdot \cos \delta \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi + \delta) \cdot \text{sen}(\varphi - \alpha)}{\cos \delta \cdot \cos \alpha}} \right]^2}$$

α : inclinação do aterro sobre o plano horizontal;

δ : ângulo de atrito entre o aterro e a superfície vertical da estrutura;

φ : ângulo de atrito interno do solo.

Fazendo $\delta = 0$ e $\alpha = \varphi$ obtêm-se $K_a = 1$, valor três vezes maior que o utilizado no empuxo na viga de fechamento.

Para o caso de pilares situados em saias de aterro, as normas adotam uma largura majorada do pilar para levar em conta um efeito de arco do solo, o qual aumenta a área de reação do pilar ao deslocamento do aterro. Essa largura ideal (b_i) é fixada arbitrariamente na norma brasileira como três vezes o diâmetro do pilar, desde que este valor seja inferior à distância transversal entre os eixos dos pilares. Na ponte em estudo, a largura ideal vale $b_i = 3 \times 1,0 = 3,0$ m, valor este inferior à distância transversal entre os eixos dos pilares, que vale 4,90 m (este valor é definido pela distância entre eixos dos aparelhos de apoio e é obtida do pré-dimensionamento das dimensões desses aparelhos).

Conhecida a largura ideal e sabendo que a altura de terra no pilar 1 é de 3,0 m e no pilar 4 é de 1,0 m, obtêm-se os seguintes valores para os empuxos ativos nesses pilares:

$$\text{Pilar 1: } E_1 = \frac{1}{2} K_a \cdot \gamma \cdot b_i \cdot h^2 = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 18 \times 3,0 \times 3,0^2 = 243 \text{ kN}$$

$$\text{Pilar 4: } E_4 = \frac{1}{2} K_a \cdot \gamma \cdot b_i \cdot h^2 = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 18 \times 3,0 \times 1,0^2 = 27 \text{ kN}$$

Supondo o pilar apoiado na parte superior, o momento M_1' na base do pilar vale (Figura 3.15):

$$M_1' = \frac{E a}{3} \left(1 - \frac{3a}{4L} + \frac{3a^2}{20L^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \text{P}_1: M_1' = 146,77 \text{ kN.m} \\ \text{P}_4: M_1' = 7,23 \text{ kN.m} \end{cases}$$

A reação R_1 no apoio rotulado, suposto indeslocável, vale:

$$R_1 = \frac{E a}{3L} - \frac{M_1'}{L} \Rightarrow \begin{cases} \text{P}_1: R_1 = 19,25 \text{ kN} \\ \text{P}_4: R_1 = 0,49 \text{ kN} \end{cases}$$

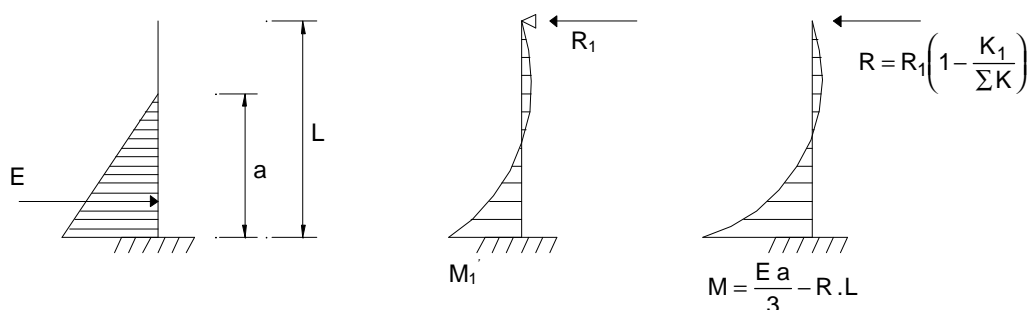


Figura 3.15 - Esquema para cálculo do empuxo de terra nos pilares P_1 e P_4 .

Essa reação é, entretanto, fictícia, uma vez que o pilar está contido elasticamente pelo tabuleiro. A reação efetiva no topo do pilar vale:

$$\text{Pilar 1: } R = R_1 \left(1 - \frac{K_1}{\Sigma K} \right) = 19,25 \times (1 - 0,253) = 14,38 \text{ kN}$$

$$\text{Pilar 4: } R = R_1 \left(1 - \frac{K_4}{\Sigma K} \right) = 0,49 \times (1 - 0,393) = 0,30 \text{ kN}$$

O momento fletor na base do pilar vale:

$$\text{Pilar 1: } M = \frac{E a}{3} - R L = \frac{243 \times 3}{3} - 14,38 \times 5 = 171,10 \text{ kN.m}$$

$$\text{Pilar 4: } M = \frac{E a}{3} - R L = \frac{27 \times 1}{3} - 0,30 \times 3,6 = 7,92 \text{ kN.m}$$

Os pilares internos também são afetados pelos empuxos de terra nos pilares extremos. Se for considerado o efeito simultâneo das reações nos topos dos pilares 1 e 4, como estas possuem sentidos opostos, sua resultante provocará momentos menores nas bases dos pilares. Na prática, a segurança aconselha o dimensionamento dos pilares considerando a ação do empuxo separadamente em cada extremo, porque podem apresentar-se circunstâncias nas quais o empuxo atue apenas sobre os pilares de um dos extremos da obra.

Admitindo o empuxo de terra agindo apenas no pilar P_1 (com apoio rotulado), têm-se um esforço de 19,25 kN aplicado no tabuleiro (o esforço se refere a um fuste de pilar). Resultam, portanto, os seguintes esforços nos demais pilares (por fuste):

$$\text{Pilar 2: } F_2 = 19,25 \times 0,177 = 3,41 \text{ kN}$$

$$\text{Pilar 3: } F_3 = 19,25 \times 0,177 = 3,41 \text{ kN}$$

$$\text{Pilar 4: } F_4 = 19,25 \times 0,393 = 7,57 \text{ kN}$$

3.5.9 Resumo dos esforços atuantes no topo dos pilares provocados pela superestrutura

Tabela 3.5 - Resumo dos esforços no topo dos pilares (kN)

Pilar	P_1	P_2	P_3	P_4
Frenagem + empuxo de terra nas cortinas + vento longitudinal	35,33	24,72	24,72	54,88
Retração + variação de temperatura	66,54	20,33	8,9	78,15
Empuxo de terra no pilar 1	*	3,41	3,41	7,57
H_{long} por fuste de pilar	101,87	48,46	37,03	140,60
Vento transversal, por pórtico	74,58	55,10	50,49	76,12

* para o pilar P_1 , considerar separadamente o empuxo de terra

3.6 Dimensionamento dos pilares da ponte sobre o rio Pau Seco

3.6.1 Introdução

O dimensionamento dos pilares consiste, geralmente, em:

- a) Verificar se as dimensões admitidas para a seção de concreto são satisfeitas.
- a) Determinar a área e a distribuição das armaduras longitudinais, transversais e de introdução dos esforços (armaduras locais nos pontos de aplicação de forças concentradas).
- a) Desenhar os pormenores da armação, atendendo aos objetivos funcionais e de simplicidade construtiva.

Os pilares de pontes acham-se solicitados por esforços verticais e por importantes esforços horizontais, que se decompõem em esforços longitudinais e transversais.

Os esforços longitudinais, provenientes do tabuleiro, aplicam-se no topo dos pilares, na ligação com a viga principal. Os momentos fletores, associados com a transferência desses esforços da pista de rolamento ou do eixo da viga para o nível do topo dos pilares, são, em geral, de importância secundária, produzindo pequenas variações nas reações de apoio.

Os esforços transversais, provenientes do tabuleiro, são também transferidos para o nível do topo dos pilares, produzindo um binário equilibrado pelas reações no topo dos pilares (Figura 3.16). Essas reações, no caso de pilares em forma de pórtico, são adicionadas às reações verticais provenientes da viga principal. No caso de mesoestrutura constituída por um pilar único (circular ou parede transversal), não há acréscimo nas ações verticais sobre os pilares e o momento fletor transversal atuante no topo permanece constante até a base do pilar.

Os pilares de pontes são dimensionados à flexão composta oblíqua, levando-se em conta os efeitos de segunda ordem (flambagem). Dado à complexidade da solução, frequentemente recorre-se a processos aproximados, permitidos em normas, e cuja aplicabilidade é demonstrada através de cálculos comparativos.

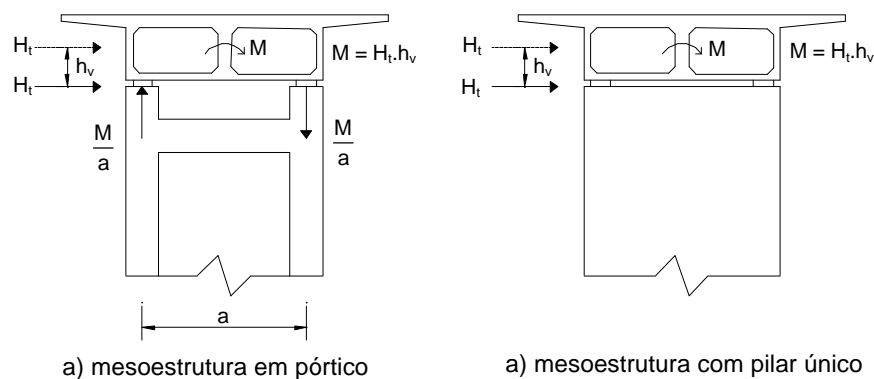


Figura 3.16 - Transferência para os pilares dos esforços transversais atuantes no tabuleiro.

3.6.2 Combinação dos esforços

No item 5 foram calculados os esforços horizontais atuantes no tabuleiro da ponte e, em seguida, foi realizada a distribuição desses esforços entre os pilares da mesoestrutura. Além desses esforços, os pilares também estão submetidos a forças verticais provenientes da reação da superestrutura devido aos carregamentos permanente e móvel, os quais estão listados na Tabela 3.6. As reações devidas à carga móvel (máxima e mínima) em cada fuste de pilar foram obtida através do traçado de linhas de influência de apoio sobre as quais foi posicionado o trem tipo da longarina nas posições mais desfavoráveis.

Tabela 3.6 - Reações verticais da superestrutura (por pilar)

Pilar	Carregamento permanente - R_g (kN)	Carregamento móvel (kN)	
		máximo ($R_{q,max}$)	mínimo ($R_{q,min}$)
P ₁	874,7	997,5	-73,8
P ₂	1249,3	1076,6	-185,5
P ₃	1249,3	1076,6	-185,5
P ₄	874,7	997,5	-73,8

Os momentos fletores nos pilares, devidos aos esforços transversais, devem ser calculados levando em consideração o pórtico transversal formado pelos pilares circulares e pelas vigas de travamento. Na direção longitudinal, os momentos fletores nos pilares são calculados considerando os mesmos livres no topo e engastados ao nível da fundação. Na Figura 3.17 são mostrados os carregamentos, as dimensões e os esforços nos pórticos transversais, dos eixos 1 a 4.

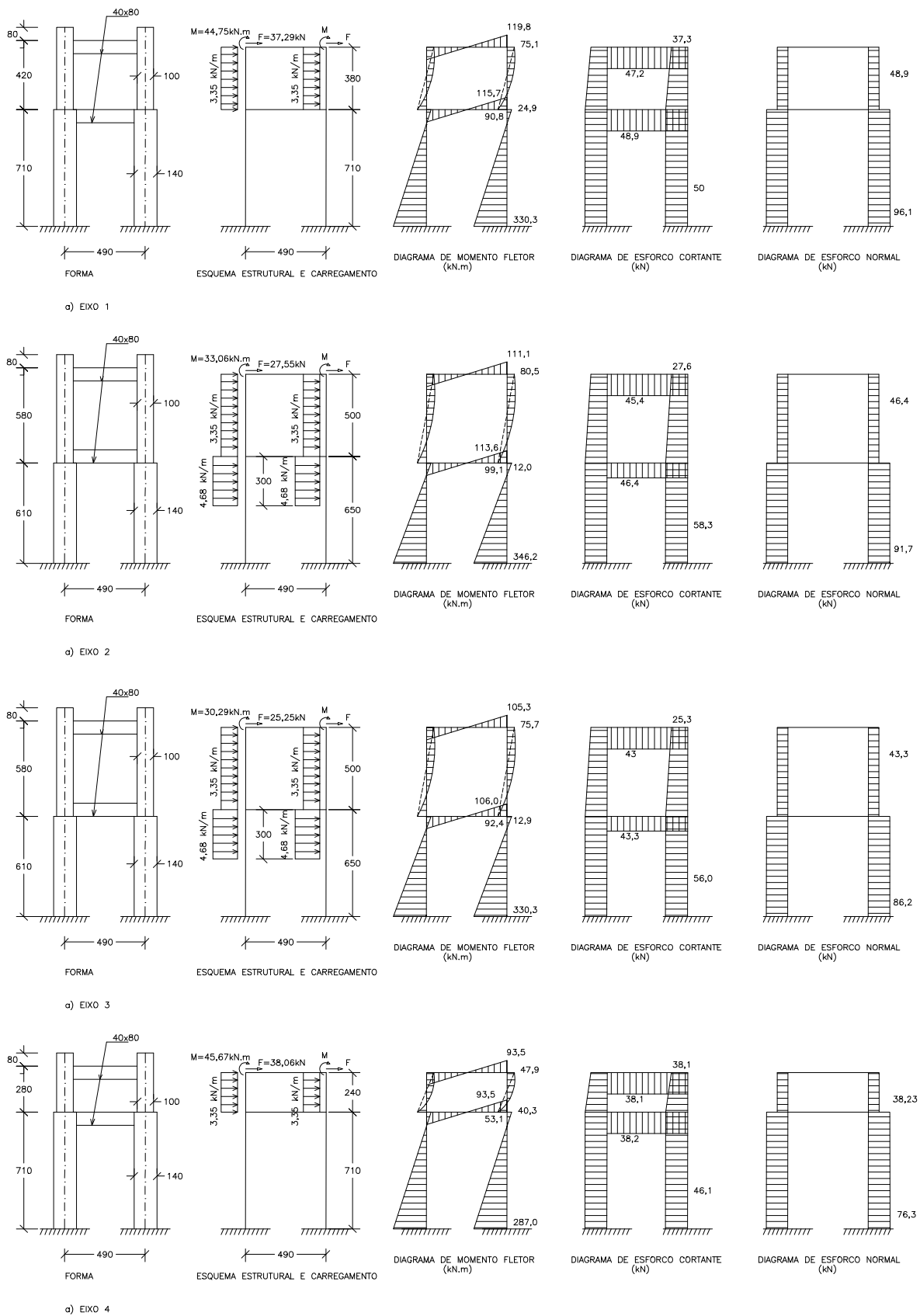


Figura 3.17 - Pórticos transversais da ponte sobre o rio Pau Seco.

Os momentos calculados para os tubulões da Figura 3.17 só têm validade na parte não enterrada do mesmo. Nas seções abaixo do terreno, é necessário levar em consideração a reação lateral do terreno.

A seguir é apresentado, de forma resumida, o cálculo dos esforços totais nos pilares e na parte não enterrada dos tubulões, bem como as combinações de cálculo para cada um dos quatro eixos da ponte sobre o rio Pau Seco.

◆ Eixo 1

* Reações verticais

⇒ Reação de apoio da superestrutura (permanente): $R_g = 874,7 \text{ kN}$

⇒ Reação de apoio da superestrutura (variável): $R_{q,\max} = 997,5 \text{ kN}$

$$R_{q,\min} = -73,8 \text{ kN}$$

⇒ Vento transversal na superestrutura (tombamento do tabuleiro)

$$H_t = 74,58 \text{ kN}$$

$$\text{Distância da força resultante ao topo do pilar: } h_v = \frac{1,80 + 0,87}{2} = 1,335 \text{ m}$$

$$\text{Reação vertical no pilar: } R_v = \frac{74,58 \times 1,335}{4,90} = 20,3 \text{ kN}$$

⇒ Esforço normal no pilar (Figura 3.17.a): $R_p = 48,9 \text{ kN}$

⇒ Peso próprio das Vigas de travamento:

número de vigas de travamento: 2

$$\text{Peso próprio de cada viga: } R_{vt} = \frac{(0,4 \times 0,8) \times 4,9}{2} \times 25 = 19,6 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \text{Peso próprio do pilar: } R_{pp} = \frac{\pi \times 1,0^2}{4} \times 5 \times 25 = 98,2 \text{ kN}$$

⇒ Esforço normal no tubulão (Figura 3.17.a): $R_p = 96,1 \text{ kN}$

* Forças horizontais

⇒ Sentido longitudinal:

$$\text{Força no topo do pilar: } 101,87 + 14,38 = 116,25 \text{ kN}$$

$$\text{Força na base do pilar: } 101,87 + (243,00 - 14,38) = 330,49 \text{ kN}$$

Força no topo do tubo: 330,49 kN

⇒ Sentido transversal (Figura 3.17.a):

Força no topo do pilar: 37,29 kN

Força na base do pilar: 50 kN

Força no topo do tubo: 50 kN

* Momentos fletores

⇒ Sentido longitudinal:

Momento no topo do pilar: 0

Momento na base do pilar: $171,10 + 101,87 \times 5 = 680,45$ kN.m

Momento no topo do tubo: 680,45 kN.m

⇒ Sentido transversal (Figura 3.17.a):

Momento no topo do pilar: 75,1 kN.m

Momento na base do pilar: 90,8 kN.m

Momento no topo do tubo: 24,9 kN.m

* Esforços finais de cálculo

⇒ Reação vertical máxima no pilar

$$N_d = \gamma_g (R_g + 2 R_{vt} + R_{pp}) + \gamma_q (R_{q,max} + R_v + R_p)$$

$$N_d = 1,4 \cdot (874,7 + 2 \times 19,6 + 98,2) + 1,4 \cdot (997,5 + 20,3 + 48,9) = 2910,3 \text{ kN}$$

⇒ Reação vertical mínima no pilar

$$N_d = \gamma_g (R_g + 2 R_{vt} + R_{pp}) - \gamma_q (R_{q,min} + R_v + R_p)$$

$$N_d = 0,9 \cdot (874,7 + 2 \times 19,6 + 98,2) - 1,4 \cdot (73,8 + 20,3 + 48,9) = 710,7 \text{ kN}$$

⇒ Esforço cortante no pilar

$$\text{topo: } V_d = 1,4 \times \sqrt{116,25^2 + 37,29^2} = 170,9 \text{ kN}$$

$$\text{base: } V_d = 1,4 \times \sqrt{330,49^2 + 50^2} = 468 \text{ kN}$$

⇒ Momento fletor no pilar

$$\text{topo: } M_d = 1,4 \times 75,1 = 105,1 \text{ kN.m}$$

$$\text{base: } M_d = 1,4 \times \sqrt{680,45^2 + 90,8^2} = 961,1 \text{ kN.m}$$

⇒ Esforços na fundação (sem coeficiente de majoração)

$$N_{0,\text{max}} = 874,7 + 2 \times 19,6 + 98,2 + 997,5 + 20,3 + 96,1 = 2126 \text{ kN}$$

$$N_{0,\text{min}} = 874,7 + 2 \times 19,6 + 98,2 - (73,8 + 20,3 + 96,1) = 822 \text{ kN}$$

$$V_0 = \sqrt{330,49^2 + 50^2} = 334,3 \text{ kN}$$

$$M_0 = \sqrt{680,45^2 + 24,9^2} = 681 \text{ kN.m}$$

Obs: Foi realizada uma soma vetorial do momento fletor e do esforço cortante, no pilar e no tubulão, em virtude de ambos possuírem seção circular.

◆ Eixo 2

* Reações verticais

⇒ Reação de apoio da superestrutura (permanente): $R_g = 1249,3 \text{ kN}$

⇒ Reação de apoio da superestrutura (variável): $R_{q,\text{max}} = 1076,6 \text{ kN}$

$$R_{q,\text{min}} = -185,5 \text{ kN}$$

⇒ Vento transversal na superestrutura: $R_v = 15,0 \text{ kN}$

⇒ Esforço normal no pilar (Figura 3.17.b): $R_p = 46,4 \text{ kN}$

⇒ Peso próprio de cada Viga de travamento: $R_{vt} = 19,6 \text{ kN}$

⇒ Peso próprio do pilar: $R_{pp} = \frac{\pi \times 1,0^2}{4} \times 6,6 \times 25 = 129,6 \text{ kN}$

⇒ Esforço normal no tubulão (Figura 3.17.b): $R_p = 91,7 \text{ kN}$

* Forças horizontais

⇒ Sentido longitudinal:

Força no topo do pilar: 48,46 kN

Força na base do pilar: 48,46 kN

Força no topo do tubulão: 48,46 kN

⇒ Sentido transversal (Figura 3.17.b):

Força no topo do pilar: 27,55 kN

Força na base do pilar: 44,3 kN

Força no topo do tubo: 58,3 kN

* Momentos fletores

⇒ Sentido longitudinal:

Momento no topo do pilar: 0

Momento na base do pilar: $48,46 \times 6,6 = 319,8$ kN.m

Momento no topo do tubo: $319,8 + 48,46 \times 3 = 465,2$ kN.m

⇒ Sentido transversal (Figura 3.17.b):

Momento no topo do pilar: 80,5 kN.m

Momento na base do pilar: 99,1 kN.m

Momento no topo do tubo: 153,3 kN.m

* Esforços finais de cálculo

⇒ Reação vertical máxima no pilar: $N_d = 3579$ kN

⇒ Reação vertical mínima no pilar: $N_d = 931$ kN

⇒ Esforço cortante no pilar: topo: $V_d = 78,0$ kN

base: $V_d = 91,9$ kN

⇒ Momento fletor no pilar: topo: $M_d = 112,7$ kN.m

base: $M_d = 468,7$ kN.m

⇒ Esforços na fundação (ao nível do terreno): $N_{0,max} = 2601$ kN

$N_{0,min} = 1126$ kN

$V_0 = 75,8$ kN

$M_0 = 490$ kN.m

◆ **Eixo 3**

* Reações verticais

⇒ Reação de apoio da superestrutura (permanente): $R_g = 1249,3$ kN

⇒ Reação de apoio da superestrutura (variável): $R_{q,max} = 1076,6$ kN

$R_{q,min} = -185,5$ kN

- ⇒ Vento transversal na superestrutura: $R_v = 13,8 \text{ kN}$
- ⇒ Esforço normal no pilar (Figura 3.17.c): $R_p = 43,3 \text{ kN}$
- ⇒ Peso próprio de cada Viga de travamento: $R_{vt} = 19,6 \text{ kN}$
- ⇒ Peso próprio do pilar: $R_{pp} = \frac{\pi \times 1,0^2}{4} \times 6,6 \times 25 = 129,6 \text{ kN}$
- ⇒ Esforço normal no tubulão (Figura 3.17.b): $R_p = 86,2 \text{ kN}$

* Forças horizontais

- ⇒ Sentido longitudinal:
 - Força no topo do pilar: 37,03 kN
 - Força na base do pilar: 37,03 kN
 - Força no topo do tubulão: 37,03 kN
- ⇒ Sentido transversal (Figura 3.17.c):
 - Força no topo do pilar: 25,25 kN
 - Força na base do pilar: 42,0 kN
 - Força no topo do tubulão: 56,0 kN

* Momentos fletores

- ⇒ Sentido longitudinal:
 - Momento no topo do pilar: 0
 - Momento na base do pilar: $37,03 \times 6,6 = 244,4 \text{ kN.m}$
 - Momento no topo do tubulão: $244,4 + 37,03 \times 3 = 355,5 \text{ kN.m}$
- ⇒ Sentido transversal (Figura 3.17.c):
 - Momento no topo do pilar: 75,7 kN.m
 - Momento na base do pilar: 92,4 kN.m
 - Momento no topo do tubulão: 145,5 kN.m

* Esforços finais de cálculo

- ⇒ Reação vertical máxima no pilar: $N_d = 3573 \text{ kN}$
- ⇒ Reação vertical mínima no pilar: $N_d = 937 \text{ kN}$

Tabela 3.7 - Armadura dos pilares da ponte sobre o rio Pau Seco

Pilar	N_d (kN)	M_d (kN.m)	ϕ (m)	L_{eq} (m)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	$A_{s,min}$ (cm ²)	estribo (cm ² /m)
P ₁	2910,3	961,1	1,0	5,32	55,0	39,3	2,5 -7,0
	710,7	961,1	1,0	5,32	59,0	39,3	2,5 -11,4
P ₂	3579,0	468,7	1,0	7,69	29,5	39,3	1,4
	931,0	468,7	1,0	7,69	21,6	39,3	1,4
P ₃	3573,0	365,8	1,0	7,69	29,5	39,3	1,2
	937,0	365,8	1,0	7,69	13,7	39,3	1,2
P ₄	2857,4	701,5	1,0	3,93	0,0	39,3	3,5
	700,4	701,5	1,0	3,93	35,3	39,3	3,5

Obs: - Comprimento equivalente do pilar: $L_{eq} = \left[\frac{E_p I_p}{E_T I_T} \left((L_p + L_T)^3 - L_p^3 \right) + L_p^3 \right]^{1/3}$

- Para o comprimento do tubulão (L_T) foi adotado apenas a parte não enterrada do mesmo

- comprimento de flambagem: $\ell_e = \beta \cdot L_{eq}$, sendo $\beta = 2$

- índice de esbeltez (λ): $\frac{4 \ell_e}{\phi}$

- $A_{s,min} = 0,8\% \frac{N_d}{0,85 f_{cd}} \geq 0,5\% A_c$ ($\lambda > 30$)

As dimensões da base dos tubulões e sua armadura podem ser calculadas a partir dos esforços na fundação, ao nível do terreno, já obtidos. Entretanto, não é objetivo deste texto abordar o dimensionamento de fundações, uma vez que o leitor dispõe de disciplinas que estudam especificamente estas estruturas. Recomenda-se a leitura de PFEIL (1988) que faz uma boa abordagem do dimensionamento das fundações de pontes.

EIXO 1

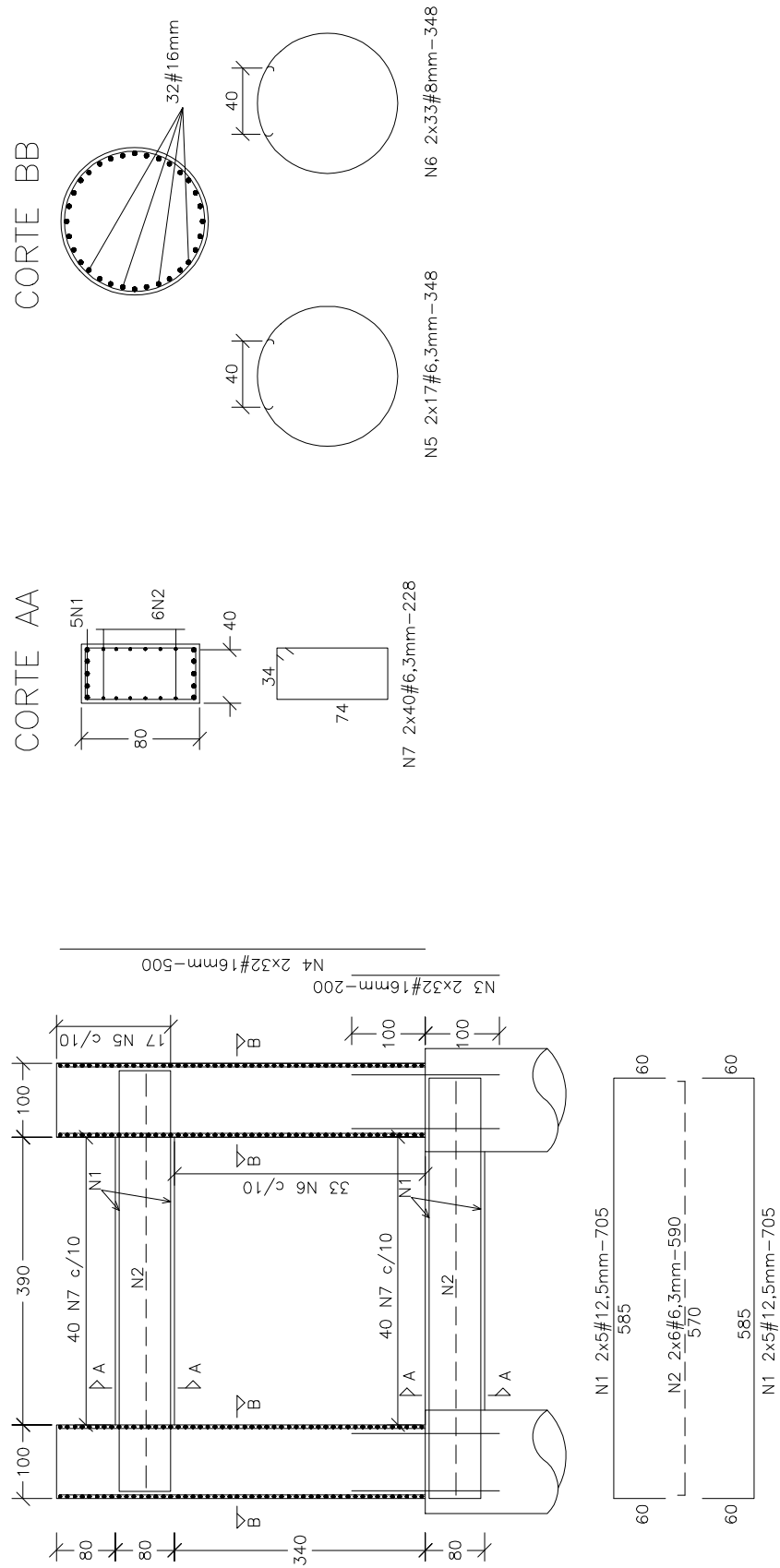


Figura 3.18 (a) - Detalhe da armadura do eixo 1 da ponte sobre o rio Pau seco.

EIXOS 2 e 3 (x2)

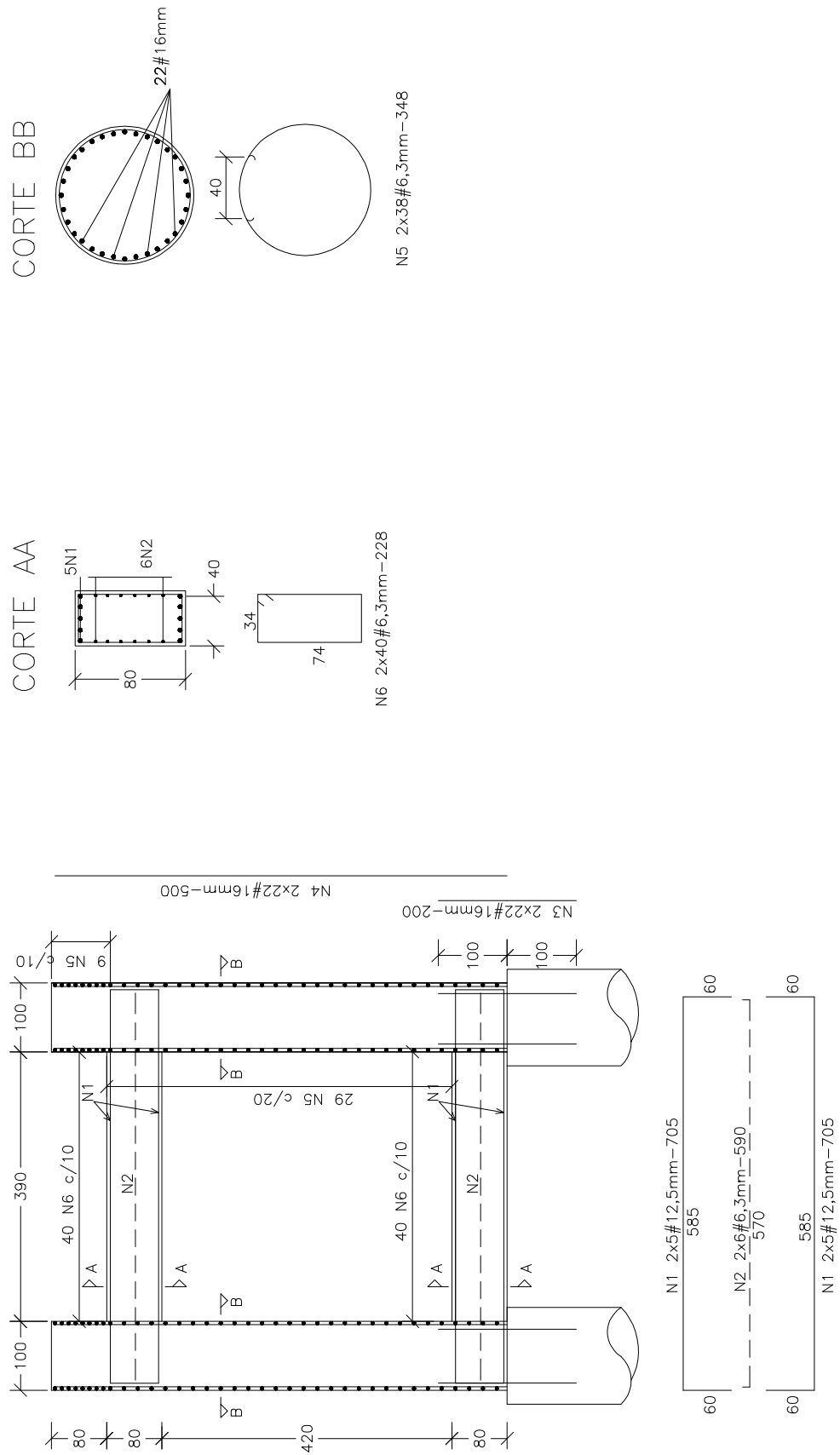


Figura 3.18 (b) - Detalhe da armadura dos eixos 2 e 3 da ponte sobre o rio Pau seco.

EIXO 4

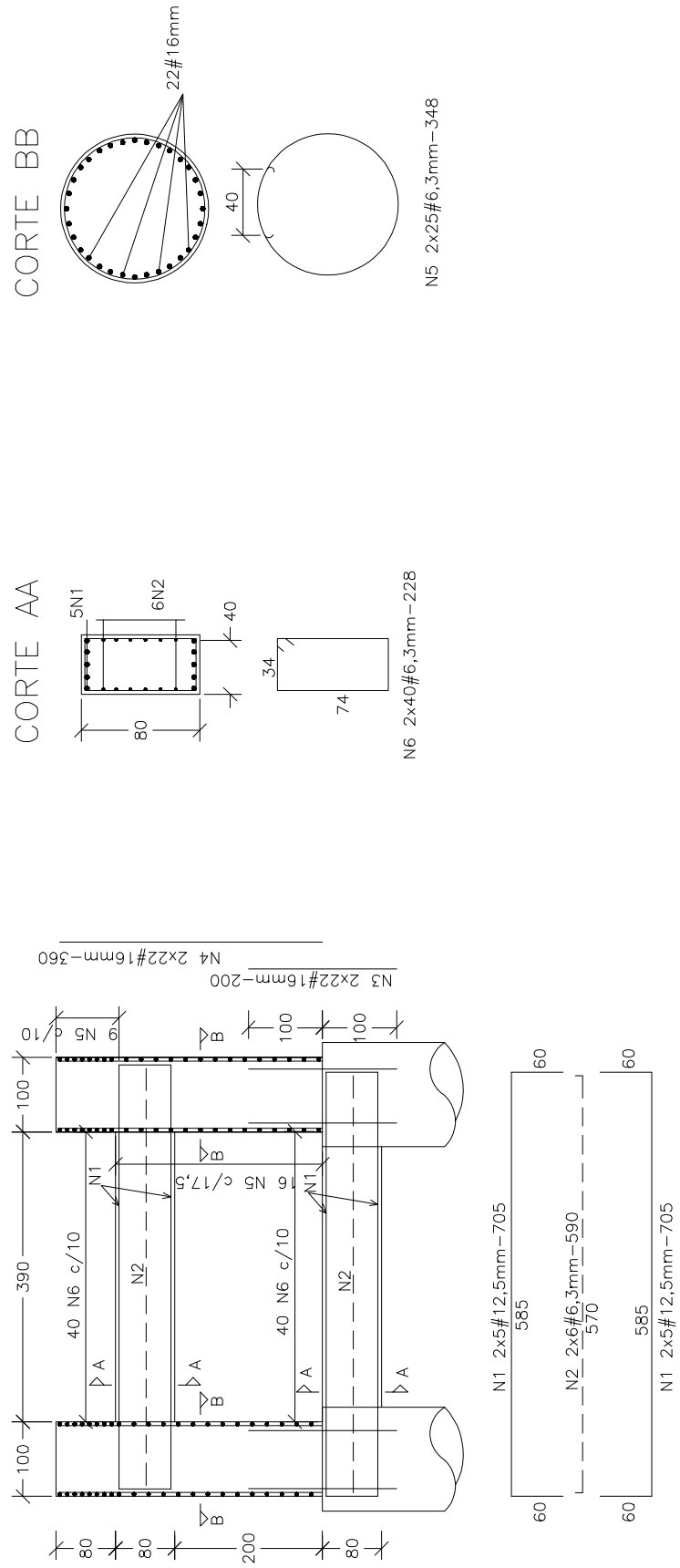


Figura 3.18 (c) - Detalhe da armadura do eixo 4 da ponte sobre o rio Pau seco.

3.7 Aparelhos de apoio

Os aparelhos de apoio são peças de transição entre os vigamentos principais e os pilares ou encontros. Eles servem para transmitir as reações de apoio, permitindo, ao mesmo tempo, os inevitáveis movimentos das vigas, provocados por variações de temperatura ou outras causas.

Nas estruturas de edifícios usuais, não se utilizam aparelhos de apoio, embora o cálculo dos esforços tenha sido feito com a hipótese de existirem articulações, separando os pórticos reais monolíticos em pilares e vigas. Esta simplificação de cálculo, criando articulações onde não existem, só é admissível em estruturas com vãos e carregamentos pequenos, onde os esforços secundários gerados pela ausência das articulações na estrutura real podem ser desprezados.

Nas pontes e nas construções de grande porte, a estrutura deve funcionar, tanto quanto possível, de acordo com as hipóteses previstas no cálculo, sendo portanto necessária a utilização de aparelhos de apoio adequados nos locais onde o cálculo admitiu a possibilidade de ocorrerem movimentos.

A distribuição de esforços entre os pilares da ponte sobre o rio Pau Seco foi feita admitindo que os aparelhos de apoio no topo dos pilares permitissem apenas os movimentos de rotação, gerando reações vertical e horizontal no vínculo. Para garantir essa vinculação, foram projetadas rótulas de concreto no topo dos pilares, cujo dimensionamento e detalhamento são descritos no item seguinte. Para maiores informações sobre dimensionamento de outros tipos de aparelhos de apoio recomenda-se a leitura de PFEIL (1988).

3.7.1 Dimensionamento dos aparelhos de apoio da ponte sobre o rio Pau seco

Na ponte sobre o rio Pau Seco foram empregadas, como aparelho de apoio, as chamadas rótulas de concreto ou articulações Freyssinet, as quais foram introduzidas pelo engenheiro francês Eugene Freyssinet (1879-1962). Essa articulação é constituída por uma lâmina estrita de concreto de alta resistência. A lâmina apresenta uma elevada resistência ao esmagamento, superior à resistência do próprio concreto, devido ao cintamento provocado pelo alargamento das seções vizinhas (Figura 3.19). Trabalhando sob tensões de compressão elevadas., o concreto da lâmina plastifica-se, permitindo pequenas rotações da peça apoiada.

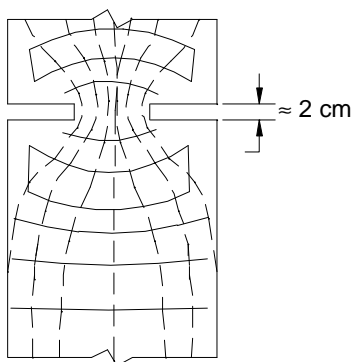


Figura 3.19 - Fluxo de tensões numa rótula de concreto.

3.7.1.1 Dimensões das rótulas

As rótulas de concreto trabalham, geralmente, com tensões de compressão elevadas, que provocam a plastificação parcial do concreto. No estado limite de utilização, as tensões são limitadas aos seguintes valores:

$$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{A_{C0}} \leq \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} < \sigma_{cd,lim}$$

A_{C0} : área de contato da rótula;

A_{C1} : maior área homotética de A_{C0} , e com o centro de gravidade no mesmo eixo vertical, que se pode inscrever na área total do elemento (Figura 3.20);

$\sigma_{cd,lim}$: elementos sem armadura de fendilhamento: $\sigma_{cd,lim} = 1,20.f_{cd}$

elementos com armadura de fendilhamento: $\sigma_{cd,lim} = 3,30.f_{cd}$

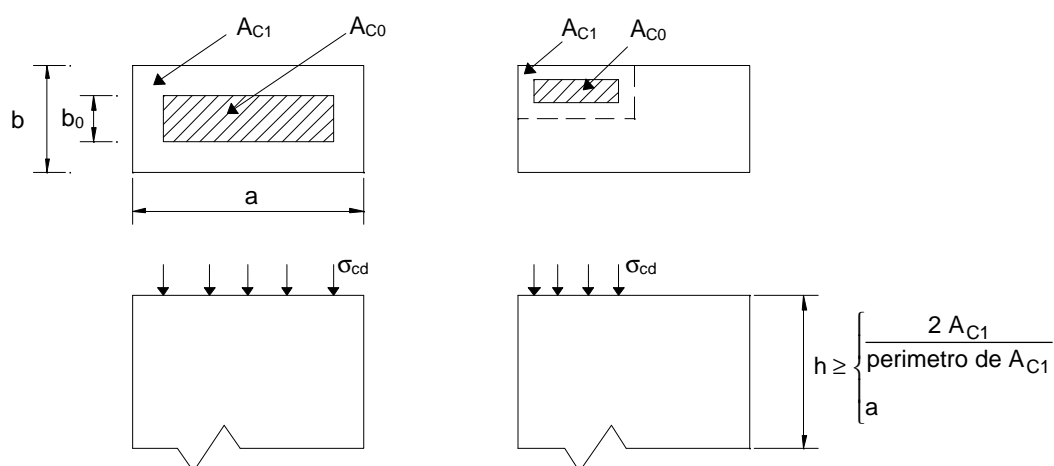


Figura 3.20 - Pressões em rótulas de concreto.

A altura mínima, indicada na Figura 3.20, é necessária para desenvolver o efeito de cintamento sobre a rótula.

Havendo necessidade de ultrapassar os valores limites de $\sigma_{cd,lim}$, recorre-se a uma armadura de fretagem, graças à qual o concreto apresenta uma resistência fictícia muito elevada.

Na Tabela 3.8 são mostrados os esforços verticais e horizontais, transferidos da superestrutura e absorvidos pelas rótulas de concreto, nos eixos de 1 a 4 da ponte sobre o rio Pau Seco.

Tabela 3.8 - Esforços verticais e horizontais aplicados nos aparelhos de apoio.

Eixo	Esforços verticais (kN)					Esforços horizontais (kN)	
	R_g	$R_{q,max}$	$R_{q,min}$	R_{max}	R_{min}	H_{long}	H_{trans}
1	874,7	997,5	-73,8	1872,2	800,9	116,25	37,29
2	1249,3	1076,6	-185,5	2325,9	1063,8	48,46	27,55
3	1249,3	1076,6	-185,5	2325,9	1063,8	37,03	25,25
4	874,7	997,5	-73,8	1872,2	800,9	140,60	38,06

As instruções francesas para pontes recomendam, para rótulas de concreto, $b_0 \cong 10$ cm e tensões de compressão inferiores a $2.f_{ck}$ (para carga máxima). Aplicando essa recomendação e admitindo a resistência do concreto (f_{ck}) igual a 25 MPa, obtêm-se:

$$\text{Eixos 1 e 4: } A = \frac{R_{max}}{2 f_{ck}} = \frac{1872,2 \text{ kN}}{2 \times 25000 \text{ kN/m}^2} = 0,03744 \text{ m}^4$$

$$\text{Eixos 2 e 3: } A = \frac{R_{max}}{2 f_{ck}} = \frac{2325,9 \text{ kN}}{2 \times 25000 \text{ kN/m}^2} = 0,04652 \text{ m}^4$$

Foram adotadas, para todos os eixos, rótulas com dimensões de 15 cm x 60 cm ($A = 0,09 \text{ m}^2$).

3.7.1.2 Rotações admissíveis das rótulas

As rótulas de concreto suportam pequenos ângulos de rotação. Para rótulas em forma de tiras alongadas, de largura b_0 , sujeita à solicitação em serviço, o ângulo admissível pode ser dado pela fórmula empírica:

$$\frac{1}{2} \alpha_g + \alpha_q \leq \bar{\alpha} = 0,8 \frac{\sigma_{C0}}{\sqrt{f_{ck}}} = \frac{0,8 R_{max}}{a_0 b_0 \sqrt{f_{ck}}} \%_o \leq 15 \%_o$$

onde α_g e α_q são os ângulos de rotação nos apoios devidos aos carregamentos permanente e móvel, respectivamente, e as unidades empregadas são Kgf, cm e os ângulos medidos em ‰.

Os ângulos de rotação podem ser obtidos de programas computacionais que resolvem vigas contínuas através do carregamento da superestrutura com a carga permanente total e com as cargas móveis na posição mais desfavorável para cada eixo. Procedendo dessa forma, foram obtidos os seguintes valores para a ponte em estudo:

Eixos 1 e 4: $\alpha_g = 0,00165$ radianos e $\alpha_q = 0,00606$ radianos

Eixos 2 e 3: $\alpha_g = 0,00003$ radianos e $\alpha_q = 0,004$ radianos

As rotações nos eixos valem:

- Eixos 1 e 4: $\frac{1}{2}(3 \alpha_g) + \alpha_q = 8,54\text{‰}$ (α_g foi multiplicado por 3 para levar em consideração o efeito de fluência do concreto)

$$\bar{\alpha} = \frac{0,8 R_{\max}}{a_0 b_0 \sqrt{f_{ck}}} = \frac{0,8 \times 187200}{15 \times 60 \times \sqrt{250}} = 10,5\text{‰}$$

como $\frac{1}{2}\alpha_g + \alpha_q < \bar{\alpha}$, a rótula suporta a rotação da superestrutura.

- Eixos 2 e 3: $\frac{1}{2}(3 \alpha_g) + \alpha_q = 4,05\text{‰}$

$$\bar{\alpha} = \frac{0,8 R_{\max}}{a_0 b_0 \sqrt{f_{ck}}} = \frac{0,8 \times 232590}{15 \times 60 \times \sqrt{250}} = 13,1\text{‰}$$

como $\frac{1}{2}\alpha_g + \alpha_q < \bar{\alpha}$, a rótula suporta a rotação da superestrutura.

3.7.1.3 Esforços transversais aplicados na rótula

As rótulas de concreto podem absorver esforços transversais até 0,25 do esforço normal atuante. As rótulas podem ser atravessadas por ferros finos, situados no eixo da rótula, porém estes ferros não constituem propriamente armadura de cálculo para esforços transversais, uma vez que o atrito é suficiente para absorver estes esforços.

3.7.1.4 Armaduras das rótulas de concreto

3.7.1.4.1 Armadura de fretagem

As armaduras de fretagem são, em geral, utilizadas para reforço local de articulações, pontos de aplicação de forças concentradas, etc. A fretagem pode ser feita por meio de armadura em hélice ou estribos circulares, ou por armadura em malha.

As armaduras de fretagem produzem acréscimos fictícios na resistência do concreto, resultando valores mais elevados das tensões limites ($\sigma_{cd,lim}$).

As armaduras em malha são constituídas de camadas duplas de barras, dispostas perpendicularmente à direção da força. Cada camada pode ser formada por duas barras, em posição ortogonal, dobradas sucessivamente, em forma de grampos múltiplos (Figura 3.21).

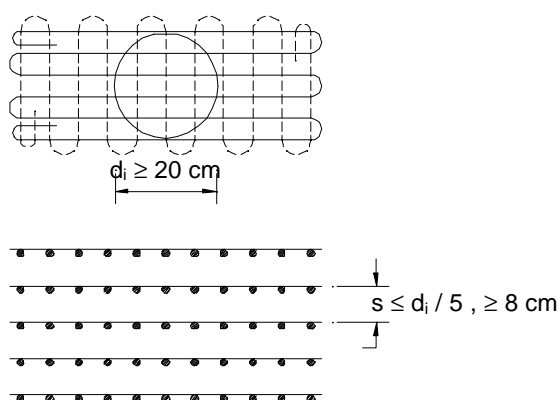


Figura 3.21 - Armadura de fretagem em forma de malha.

A NBR-6118 faz referência ao aumento fictício de resistência do concreto propiciado pela armadura de fretagem. A resistência fictícia é dada por:

$$f_{ck} + 1,7 \frac{A_t}{A_{ci}} f_{yk}$$

A relação A_t/A_{ci} representa o volume da armadura de cintoamento por unidade de volume do núcleo fretado, ou seja, a porcentagem geométrica, em volume, da armadura de cintoamento. Essa porcentagem deve ser igual ou superior a 0,6%.

Para verificar a necessidade de armadura de fretagem nas rótulas da ponte em estudo, basta verificar as tensões de compressão nas mesmas. Se essas tensões forem inferiores aos limites anteriormente apresentados, não é necessário a adoção de

armadura de fretagem. Na Figura 3.22 é mostrada a determinação da área homotética da rótula, necessária para o cálculo da tensão limite.

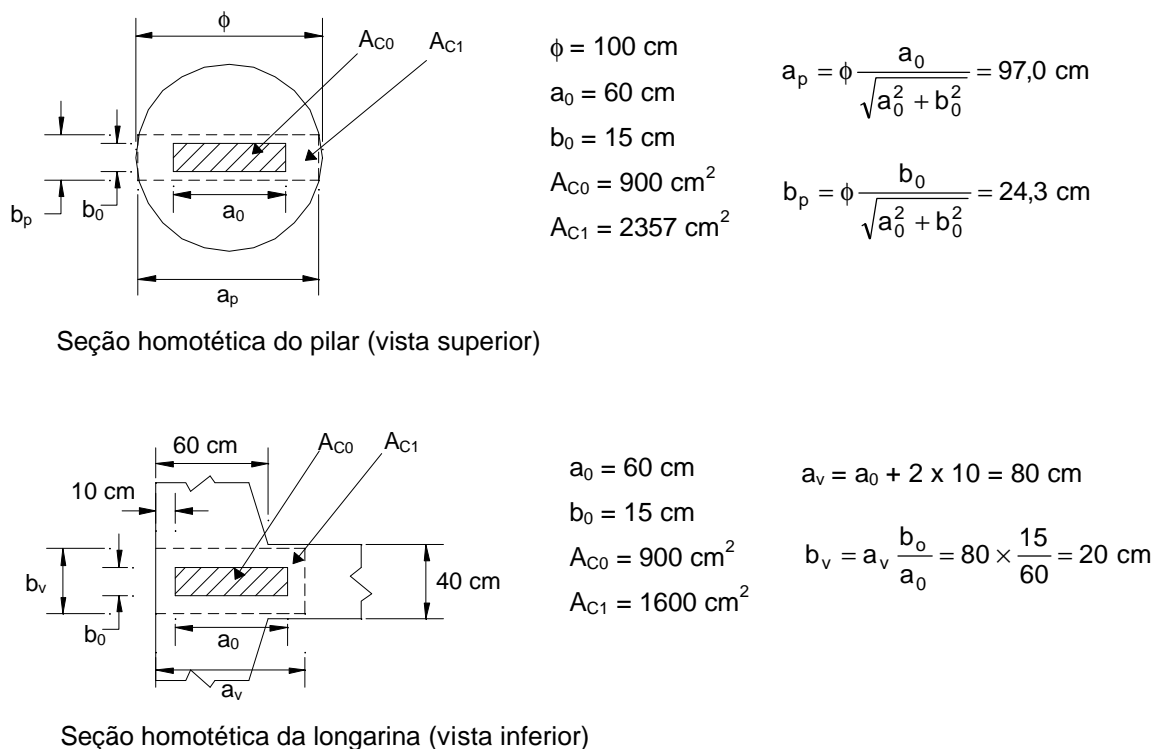


Figura 3.22 - Área homotética da rótula no pilar e na viga.

- Eixos 1 e 4

$$N_d = 1,4 R_q^+ + 1,4 R_g = 2621 \text{ kN}$$

$$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{A_{C0}} = \frac{2621}{0,15 \times 0,60} = 29123 \text{ kN/m}^2 = 29,1 \text{ MPa}$$

A tensão limite vale:

$$\text{- pilar: } \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} = \frac{25}{1,4} \sqrt{\frac{2357}{900}} = 28,9 \text{ MPa} < 3,3 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 55 \text{ MPa}$$

$$\text{- viga: } \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} = \frac{18}{1,4} \sqrt{\frac{1600}{900}} = 17,1 \text{ MPa} < 3,3 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 39,6 \text{ MPa}$$

Como σ_{cd} é maior que a tensão limite da viga (admitiu-se que no pilar σ_{cd} é aproximadamente igual à tensão limite), é necessário colocar armadura de fretagem na viga de modo a aumentar (de forma fictícia) a resistência do concreto situado sob o apoio. Esta armadura pode ser constituída por uma malha com barras de 6,3 mm (CA

50) a cada 10 cm, com espaçamento entre camadas de $\frac{15}{5} = 3$ cm, cuja porcentagem

$$\text{volumétrica vale: } \frac{2 \times 0,32}{10 \times 3} = 0,021$$

A resistência fictícia do concreto na viga vale:

$$f_{ck} + 1,7 \times 0,021 \times f_{yk} = 18 + 1,7 \times 0,021 \times 500 = 35,85 \text{ MPa}$$

O novo valor da tensão limite na viga vale:

$$\frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} = \frac{35,85}{1,4} \sqrt{\frac{1600}{900}} = 34,1 \text{ MPa} > \sigma_{cd} \quad (< 3,3 f_{cd} = 39,6 \text{ MPa})$$

- Eixos 2 e 3

$$N_d = 1,4 R_q^+ + 1,4 R_g = 3256,3 \text{ kN}$$

$$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{A_{C0}} = \frac{3256,3}{0,15 \times 0,60} = 36180 \text{ kN/m}^2 = 36,18 \text{ MPa}$$

A tensão limite vale:

$$\text{- pilar: } \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} = \frac{25}{1,4} \sqrt{\frac{2357}{900}} = 28,9 \text{ MPa} < 3,3 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 55 \text{ MPa}$$

$$\text{- viga: } \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} = \frac{18}{1,4} \sqrt{\frac{1600}{900}} = 17,1 \text{ MPa} < 3,3 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 39,6 \text{ MPa}$$

Como σ_{cd} é maior que a tensão limite tanto da viga quanto do pilar, é necessário colocar armadura de fretagem em ambos de modo a aumentar (de forma fictícia) a resistência do concreto situado sob o apoio. Adotando uma malha com barras de 6,3 mm (CA 50) a cada 9 cm, com espaçamento entre camadas de 3 cm na viga e 5 cm no pilar, a resistência fictícia do concreto vale:

$$\text{- viga: } f_{ck} + 1,7 \times 0,024 \times f_{yk} = 18 + 1,7 \times 0,024 \times 500 = 38,15 \text{ MPa}$$

$$\text{- pilar: } f_{ck} + 1,7 \times 0,0142 \times f_{yk} = 25 + 1,7 \times 0,0142 \times 500 = 37,09 \text{ MPa}$$

Os novos valores da tensão limite valem:

$$\text{- viga: } \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} = \frac{38,15}{1,4} \sqrt{\frac{1600}{900}} = 36,3 \text{ MPa} > \sigma_{cd} \quad (< 3,3 f_{cd} = 39,6 \text{ MPa})$$

$$\text{- pilar: } \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \sqrt{\frac{A_{C1}}{A_{C0}}} = \frac{37,09}{1,4} \sqrt{\frac{2357}{900}} = 42,9 \text{ MPa} > \sigma_{cd} \quad (< 3,3 f_{cd} = 55 \text{ MPa})$$

3.7.1.4.2 Armadura de fendilhamento

As armaduras de fendilhamento servem para absorver as tensões transversais de tração na região de transição das tensões concentradas, na face do elemento, para as tensões lineares, numa seção afastada da face. A região de transição tem um comprimento aproximadamente igual a maior dimensão transversal do elemento.

No caso de um pilar de seção retangular com força concentrada na face superior (Figura 3.23), o esforço transversal que surge na transição pode ser estimado por:

$$\text{- direção a: } F_d = 0,30 N_d \frac{a - a_0}{h}$$

$$\text{- direção b: } F_d = 0,30 N_d \frac{b - b_0}{h}$$

A armadura transversal A_t é dada por:

$$A_t = \frac{F_d}{f_{yd}}$$

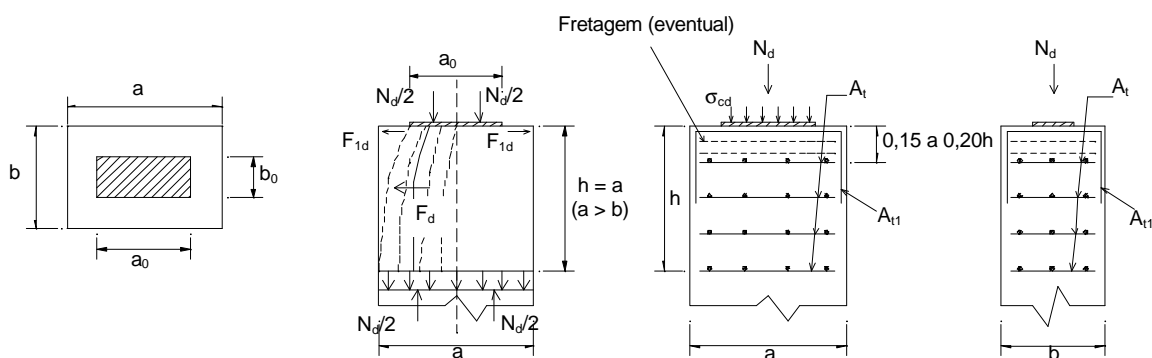


Figura 3.23 - Pilar com força concentrada na face superior.

Nas partes superior e lateral do pilar existem tensões de tração que produzem um esforço aproximadamente igual a:

$$F_{1d} = 1,5\% N_d.$$

Este esforço é absorvido por uma armadura superficial A_{t1} (também denominada armadura secundária de fendilhamento) dada por:

$$A_{t1} = \frac{F_{1d}}{f_{yd}}$$

Para o cálculo da armadura de fendilhamento nos pilares da ponte em estudo, os pilares circulares foram substituídos por pilares quadrados circunscritos aos pilares reais. Dessa forma, é possível empregar as expressões anteriormente apresentadas.

- Eixos 1 e 4

$$N_d = 2533,6 \text{ kN}$$

- direção transversal

$$F_d = 0,30 N_d \frac{\phi - a_0}{\phi} = 0,30 \times 2533,6 \times \frac{100 - 60}{100} = 304 \text{ kN}$$

$$A_t = \frac{F_d}{f_{yd}} = \frac{304}{\frac{50}{1,15}} = 7 \text{ cm}^2 \Rightarrow 23 \phi 6,3 \text{ mm}$$

- direção longitudinal

$$F_d = 0,30 N_d \frac{\phi - b_0}{\phi} = 0,30 \times 2533,6 \times \frac{100 - 15}{100} = 646 \text{ kN}$$

$$A_t = \frac{F_d}{f_{yd}} = \frac{646}{\frac{50}{1,15}} = 14,9 \text{ cm}^2 \Rightarrow 48 \phi 6,3 \text{ mm}$$

$$- A_{t1} = \frac{1,5\% N_d}{f_{yd}} = \frac{0,015 \times 2533,6}{\frac{50}{1,15}} = 0,9 \text{ cm}^2 \Rightarrow 3 \phi 6,3 \text{ mm}$$

- Eixos 2 e 3

$$N_d = 3131,3 \text{ kN}$$

- direção transversal

$$F_d = 0,30 N_d \frac{\phi - a_0}{\phi} = 0,30 \times 3131,3 \times \frac{100 - 60}{100} = 376 \text{ kN}$$

$$A_t = \frac{F_d}{f_{yd}} = \frac{376}{\frac{50}{1,15}} = 8,6 \text{ cm}^2 \Rightarrow 28 \phi 6,3 \text{ mm}$$

- direção longitudinal

$$F_d = 0,30 N_d \frac{\phi - b_0}{\phi} = 0,30 \times 3131,3 \times \frac{100 - 15}{100} = 798 \text{ kN}$$

$$A_t = \frac{F_d}{f_{yd}} = \frac{798}{50/1,15} = 18,4 \text{ cm}^2 \Rightarrow 59 \phi 6,3 \text{ mm}$$

$$- A_{t1} = \frac{1,5\% N_d}{f_{yd}} = \frac{0,015 \times 3131,3}{50/1,15} = 1,1 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4 \phi 6,3 \text{ mm}$$

As reações de apoio de vigas podem ser consideradas como pressões locais aplicadas na superfície de paredes. Faz-se a distribuição de tensões dentro de prismas ideais.

No caso de apoio intermediário de viga contínua, a armadura A_t torna-se em geral desnecessária devido às tensões de compressão transversal propiciadas pelo momento fletor negativo da apoio. As tensões superficiais de tração são absorvidas pela armadura positiva da viga, atravessando o apoio.

Na Figura 3.24 é mostrado o detalhamento final da armadura das rótulas dos apoios da ponte sobre o rio Pau Seco.

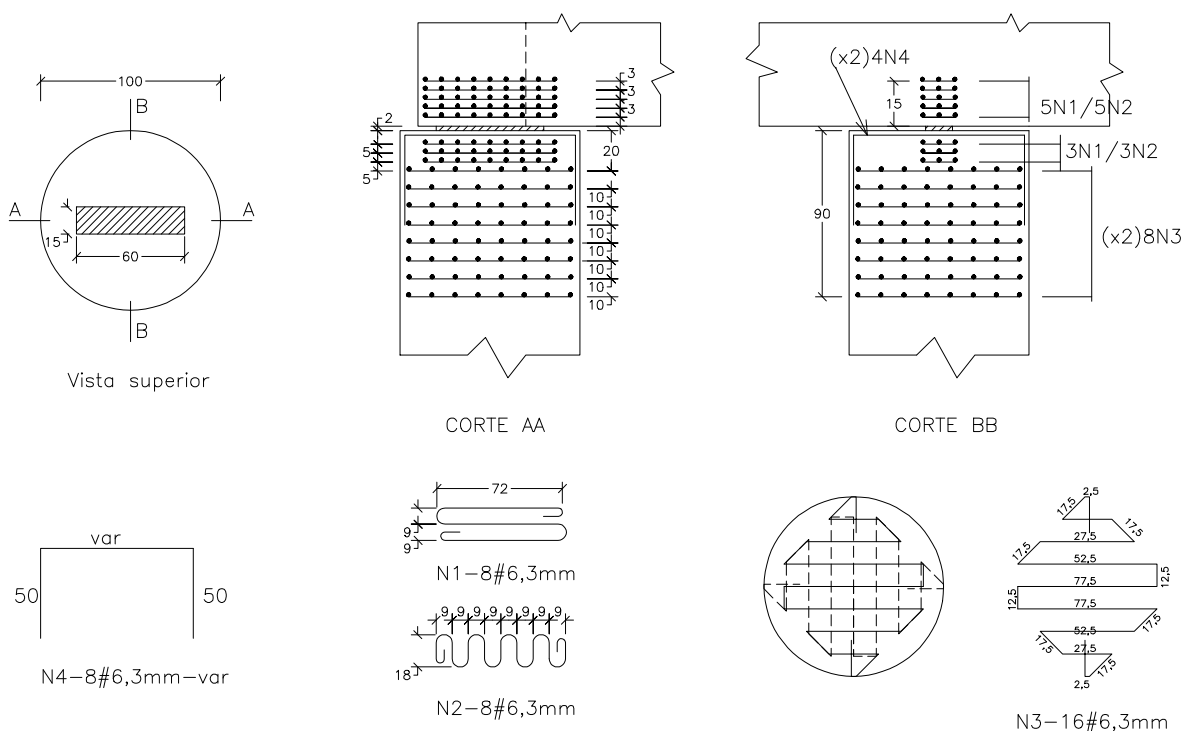


Figura 3.24 - detalhe da armadura das rótulas do apoio (x8).

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1961). *Projeto e execução de pontes de concreto armado* (NB2). Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1978). *Projeto e execução de estruturas de concreto armado* (NBR-6118). Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1984). *Ações e segurança nas estruturas* (NBR-8681). Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1984). *Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre* (NBR-7188). Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1986). *Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido* (NBR-7187). Rio de Janeiro.
- EL DEBS, M.K.; TAKEYA, T. (1992). *Comportamento à fadiga do concreto armado e protendido*. São Carlos, EESC-USP. (Notas de aula)
- EL DEBS, M.K.; TAKEYA, T. (1995). *Pontes de concreto*. São Carlos, EESC-USP. (Notas de aula)
- LEONHARDT, F. (1979). *Construções de concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto*. V.6, Editora Interciência, Rio de Janeiro.
- MASON, J. (1977). *Pontes em concreto armado e protendido*. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- PFEIL, W. (1990). *Pontes em concreto armado: elementos de projeto, solicitações, superestrutura*. V.1, 4^o edição, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- PFEIL, W. (1988). *Pontes em concreto armado: mesoestrutura, infraestrutura, apoio*. V.2, 4^o edição, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.

RÜSCH, E.H. (1960). *Fahrbahnplatten von Strazenbrüchen*. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

SÜSSEKIND ,J.C. (1989). *Curso de concreto: concreto armado*. V.1, 6^a. edição, Globo, São Paulo.

SÜSSEKIND ,J.C. (1987). *Curso de concreto: concreto armado*. V.2, 3^a. edição, Globo, São Paulo.

TROITSKY, M.S. (1994). *Planning and design of bridges*. John Wiley & Sons, Inc., USA.